



# Suppressions de fluide et stabilité des prismes d'accrétion : théorie et validation numérique et expérimentale

Adeline Pons

## ► To cite this version:

Adeline Pons. Suppressions de fluide et stabilité des prismes d'accrétion : théorie et validation numérique et expérimentale. Géophysique [physics.geo-ph]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2012. Français. NNT : . tel-00743957

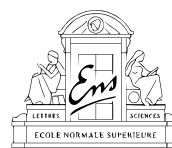
**HAL Id: tel-00743957**

**<https://theses.hal.science/tel-00743957>**

Submitted on 22 Oct 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université Paris Diderot - Sorbonne Paris Cité  
École Doctorale des Sciences de la Terre

## THÈSE DE DOCTORAT

présentée par

**Adeline PONS**

---

# Suppressions de fluide et stabilité des prismes d'accrétion : théorie et validation numérique et expérimentale

---

Pour l'obtention du titre de docteur de l'université Denis Diderot  
spécialité : Géophysique

Soutenue publiquement le **21 Septembre 2012**  
au laboratoire de Géologie de l'École normale supérieure  
devant le jury composé de :

---

HENRY Pierre (D.R. CNRS, CEREGE) .....	Rapporteur
VENDEVILLE Bruno (Pr. Univ. Lille 1) .....	Rapporteur
LALLEMANT Siegfried (Pr. Univ. Cergy-Pontoise) .....	Examinateur
MOURGUES Régis (M.C. Univ. du Maine) .....	Examinateur
SINGH Satish (Phys. IPGP) .....	Examinateur
LEROY Yves (D.R. CNRS, ENS) .....	Directeur
CHAMOT-ROOKE Nicolas (C.R. CNRS, ENS) .....	Invité
MAILLOT Bertrand (M.C. Univ. Cergy-Pontoise) .....	Invité

---



*Je sers la science et c'est ma joie.*

Disciple – *Léonard est un génie*, 1977





---

# Remerciements

---

ET VOILÀ QU'AU TERME DE 3 ANNÉES DE THÈSE, l'été est déjà bien avancé, le labo se vide petit à petit et arrive enfin le moment d'écrire cette fameuse page de remerciements dans laquelle tant de personnes ont une place... mais par où commencer?! Comment évaluer l'apport de chacun? Chose peu aisée pour les personnes côtoyées pendant ces 3 ans mais mission impossible pour celles croisées sur la route parcourue avant<sup>1</sup>...

Je commencerai donc par le commencement de ce périple : à savoir mes parents sans qui je ne serais pas là aujourd'hui et qui m'ont toujours poussée et soutenue (*il est bien loin le temps des racines carrées négatives...*). Soutien qui m'a menée à une École pour grand qui en m'accueillant il y a de ça déjà 7 ans (!) m'a offert mon indépendance et une liberté incroyable quant à mes études. Et sans cette liberté, peu probable que je me sois tournée vers les géosciences et donc vers cette thèse...

Mes remerciements se portent ensuite vers mon directeur de thèse, Yves Leroy, qui a su guider ce périple doctoral, m'initier au difficile travail de recherche et le tout en me laissant une grande indépendance. Mais avant d'être mon directeur de thèse, il fut celui qui, alors que je n'étais qu'une jeune physicienne lâchée dans un Master de Géologie, me fit découvrir et apprécier la mécanique. Je n'oublierai ni les longues après-midi "trigonométrie" ou FORTRAN, ni les "NORD 90 90 NORD - tu es vraiment sûre?" dans la broussaille des Corbières et encore moins ce séjour à Pékin.

Merci à Pierre Henry et Bruno Vendeville d'avoir accepté de rapporter cette thèse ainsi qu'à Nicolas Chamot-Rooke, Siegfried Lallemant, Bertrand Maillot, Régis Mourgues et Satish Singh de faire partie de mon jury de thèse.

Je souhaite remercier Siegfried Lallemant et Régis Mourgues aussi pour les pierres apportées à ce travail. D'une part, Siegfried qui a gentiment et patiemment apporté son expertise géologique à la physico-mécanicienne que je suis et d'autre part, Régis qui m'a aidé à construire mes premiers patés... heu... prismes de sable. Outre les retombées scientifiques de ces collaborations, j'ai beaucoup apprécié travailler avec vous.

Je remercie au passage Jérôme Fortin qui, entre autre, m'a parlé du travail de Régis et Mathilde Adelinet qui a facilité le premier contact.

Une autre collaboratrice (et amie) qui mérite une place de choix dans ces remerciements, c'est Pauline Souloumiac! Toujours souriante, motivée et prête à rendre service. Sans elle la partie numérique de ce travail ne serait pas ce qu'elle est. Merci pour tout, des heures passées avec SARPP à la relecture de ce manuscrit en passant par les dégustations de thé dans un marché pékinois avec pour seule aide un guide de conversation français-chinois.

---

1. On peut ainsi se demander quel a été l'impact de Fred et Jamy sur ce travail en particulier et toutes les thèses depuis ces cinq dernières années?

---

Ensuite, aucune entreprise comme celle-ci n'est possible sans le staff technique, à savoir Pierpaolo, Baptiste et Nasser pour le côté informatique et Angélique, Lætitia, Françoise L., Isabelle, Micheline, Prisca et Zarie pour le côté administratif et Françoise V. les articles introuvables. Merci donc à vous, avec une mention toute particulière pour Pierpaolo, ses blagues et son savoir-faire maîtrise avec tous ces ordinateurs "soupe au lait".

Et enfin que serait la vie d'une thésarde sans tous ces gens/amis que l'on croise tous les jours ou occasionnellement, au labo, au détour d'une mission ou d'un TD, lors d'un week-end ou d'une conférence. Tout d'abord mes deux premiers co-bureaux Alexandra et Benjamin avec lesquels, pendant un an, nous avons formé le bureau parfait, un savant mélange de Kamoulox et de travail (si si).

Merci aussi aux membres du *Yves students Club* toujours prêts à échanger sur leurs aventures et expériences avec notre cher directeur de thèse : Günther, Pauline et Chang.

Je remercie également tous les autres du labo, étudiants ou chercheurs, passés ou présents et que je ne nommerai pas, de peur d'en oublier. Mais vous vous reconnaitrez ! Merci pour les discussions scientifiques ou pas, mais aussi pour les pauses thé, les pauses slack, les pauses glaces, les *apples*, l'escalade, les verres, les cinés, les collections de canettes, les thèmes beamer. . . Et une spéciale dédicace aux personnes capables de faire des gâteaux en forme de prisme d'accrétion (De nos jours, tout est possible!).

Un merci aussi au gens du Mans qui sont toujours très sympas et accueillants lorsque je débarque pour faire quelques châteaux de sable et qui ont ainsi rendu tous mes séjours très agréables. Merci spécialement à Tiffany qui m'a même hébergée.

Et je n'oublie pas non plus tous les amis de Paris ou d'ailleurs, que j'ai eu l'occasion de voir régulièrement ou au contraire très peu ces dernières années.

Enfin, merci à ma famille (même toi Nathaloche :-P) pour tout en général et rien en particulier.

Finalement, j'exprime ma plus grande gratitude à Rémi qui, au jour le jour, a vécu cette thèse à mes côtés. Au bout de ces 3 ans, on peut se demander si tu en sauras plus sur le calcul à la rupture et la mécanique des prismes d'accrétion que moi sur le cervelet, les vibrisses et les interactions cortex-cervelet des souris ?

---

# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
Prismes d'accrétions et surpressions de fluide . . . . .	3
L'étude des prismes d'accrétion . . . . .	7
Les modèles actuels de prismes d'accrétions . . . . .	7
Contenu du manuscrit . . . . .	9
<b>Partie I Le calcul à la rupture appliqué aux milieux poreux saturés</b>	<b>11</b>
Introduction . . . . .	13
<b>1 Introduction au calcul à la rupture</b>	<b>15</b>
1.1 Domaine de résistance des matériaux et fonction d'appui . . . . .	17
1.2 Principe général du calcul à la rupture . . . . .	18
1.3 Exemple de la compression triaxiale d'un échantillon cylindrique . . . . .	24
1.4 Conclusion . . . . .	30
<b>2 Prise en compte de la pression de pore dans l'approche cinématique</b>	<b>31</b>
2.1 Pression de pore dans les milieux poreux et contrainte effective . . . . .	33
2.2 Théorème des puissances virtuelles et théorème de la résistance maximale en terme de contrainte effective . . . . .	34
2.3 Mise en œuvre sur l'exemple du prisme critique de Dahlen . . . . .	36
2.4 Conclusion . . . . .	47
<b>3 Développement numérique du calcul à la rupture en présence de fluide</b>	<b>49</b>
3.1 Principe de l'approche numérique . . . . .	51
3.2 Application au problème du prisme critique . . . . .	53
3.3 Conclusion . . . . .	58
<b>Partie II Modélisation analogique de prismes d'accrétion avec pression de fluide</b>	<b>59</b>
Introduction . . . . .	61
<b>1 Stabilité et déformation des prismes en surpression</b>	<b>63</b>
Résumé de l'article . . . . .	65
<b>Article : Deformation and stability of over-pressured wedges - insight from sandbox         models</b> . . . . .	66
Abstract . . . . .	66
1.1 Introduction . . . . .	66

1.2	Theoretical Background : The Critical Taper Model . . . . .	67
1.3	Experimental Methods . . . . .	68
1.4	Experimental Results . . . . .	76
1.5	Discussion . . . . .	80
1.6	Conclusion . . . . .	83
<b>2</b>	<b>Influence des déformations héritées</b>	<b>85</b>
2.1	Protocole expérimental . . . . .	87
2.2	Résultats . . . . .	87
2.3	Conclusion . . . . .	91
<b>Partie III</b>	<b>Stabilité des prismes avec décollement hétérogène</b>	<b>93</b>
	Introduction . . . . .	95
<b>1</b>	<b>Effet des hétérogénéités de pression de fluide dans le décollement sur la stabilité</b>	<b>97</b>
1.1	Stabilité du front du prisme des Barbades . . . . .	99
1.2	Conséquences du partitionnement du décollement en deux unités mécaniques . . . . .	103
<b>2</b>	<b>Conditions de pression et activation d'un chevauchement hors séquence</b>	<b>113</b>
	Résumé de l'article . . . . .	115
	<b>Article : Fluid pressure conditions for the activation of the splay-fault in the Kumano transect, Nankai, South-West Japan</b> . . . . .	<b>116</b>
	Abstract . . . . .	116
2.1	Introduction . . . . .	116
2.2	Prototype and methodology . . . . .	118
2.3	Results . . . . .	121
2.4	Concluding discussion . . . . .	126
	<b>Electronic supplement</b> . . . . .	<b>127</b>
2.5	A summary of the method . . . . .	127
2.6	Collapse mechanism and virtual velocity field . . . . .	128
2.7	Determination of the upper bound for a given $KA$ velocity field . . . . .	131
	<b>Détermination des conditions d'activation de la splay-fault du transect de Kumano (Nankai, Japon) : approche numérique</b> . . . . .	<b>132</b>
2.8	Mise en place des prototypes . . . . .	132
2.9	Exemple : activation de la <i>splay fault</i> . . . . .	133
2.10	Comparaison entre l'approche analytique et l'approche numérique . . . . .	135
2.11	Conclusion . . . . .	136

<b>Conclusion générale</b>	<b>137</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>143</b>
<b>Annexes</b>	<b>153</b>
<b>A Représentation de Mohr des champs de contraintes</b>	<b>155</b>
<b>B Minimisation de la borne supérieure pour l'exemple l'essai triaxial</b>	<b>156</b>
B.1 Minimisation par rapport à $\eta$ . . . . .	156
B.2 Minimisation par rapport à $\gamma$ et détermination de $q_{lu}$ . . . . .	157
<b>C Borne supérieure des mécanismes 2 et 3 du prisme critique</b>	<b>159</b>
C.1 Mécanisme 2 . . . . .	159
C.2 Mécanisme 3 . . . . .	161
<b>D Optimisation numérique : mise en place et contribution de ce travail</b>	<b>163</b>
D.1 Linéarisation du critère de rupture et réécriture du problème . . . . .	163
D.2 Discrétisation spatiale du problème . . . . .	164
D.3 Discrétisation des équations sur le maillage pour l'approche numérique . . . . .	166
D.4 Contribution apportée par ce travail . . . . .	167
<b>E Principe de similitude et dimensionnement des modèles</b>	<b>172</b>
<b>F Compléments sur le travail expérimental</b>	<b>176</b>
F.1 Le dispositif expérimental . . . . .	176
F.2 Mise en place et calcul du champ de pression . . . . .	176
F.3 Principe de la technique de <i>Particule Imaging Velocimetry</i> (PIV) . . . . .	179



---

# **Introduction générale**



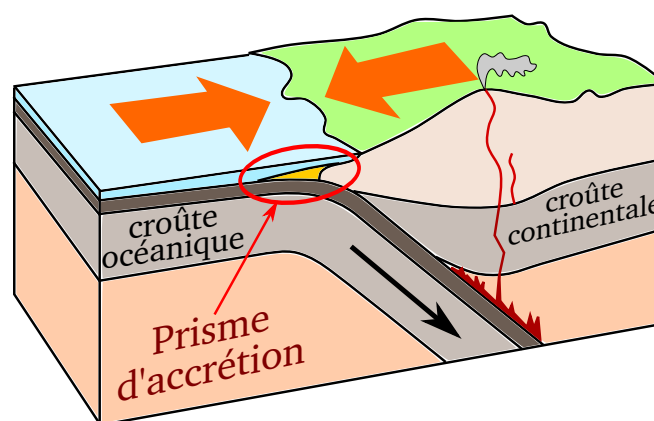


---

CE TRAVAIL PORTE SUR à la **stabilité des prismes d'accrétion** et cherche à comprendre **l'effet des pressions de fluide** sur cette stabilité. Dans un premier temps, une **méthode d'analyse de la stabilité des structures géologiques** capable de prendre en compte l'effet du fluide interstitiel, pouvant éventuellement être en surpression, a été développée. Pour cela, je me suis attachée à inclure l'effet des pressions de fluide dans une méthodologie déjà existante basée sur le calcul à la rupture et s'intéressant aux prismes d'accrétion et aux chaînes d'avant-pays (*Cubas et al., 2008*; *Souloumiac et al., 2010*). Ce travail se base sur les travaux réalisés en géotechnique, notamment dans le domaine des stabilités de pente, prenant en compte les pressions de pore dans les sols pour le calcul à la rupture (e.g., *Chen, 1975*; *Corfdir, 2004*; *Michalowski, 2009*). Cette approche présente le double avantage d'être simple à mettre en œuvre et de ne nécessiter que la connaissance du critère de rupture des matériaux composant la structure étudiée. Dans un second temps, **cette approche a été appliquée à des prototypes simples afin de comprendre l'effet d'hétérogénéités de pression de fluide sur la stabilité des prismes d'accrétion ainsi qu'à des prismes réels**. Parallèlement à ce travail théorique, **un travail expérimental** utilisant des modèles analogiques mettant en jeu des surpressions de fluide a été réalisé.

## Prismes d'accrétions et surpressions de fluide

Les prismes d'accrétion sont des prismes sédimentaires se formant au niveau des zones de subduction (Figure 1). Ils résultent de la formation successive de chevauchements dus au contexte compressif lié à la convergence de la plaque océanique et de la plaque continentale. Ils sont de taille variable, allant de quelques kilomètres à plusieurs centaines de kilomètres. Les unités accrétées au front du prisme sont bordées par des chevauchements à vergence océanique et reposent sur un décollement sub-horizontale qui localise la limite



---

FIGURE 1 – Contexte géologique d'un prisme d'accrétion au niveau d'une zone de subduction (modifiée à partir d'une Figure de l'article [http://es.wikipedia.org/wiki/Prisma\\_de\\_acrecion](http://es.wikipedia.org/wiki/Prisma_de_acrecion)).

---

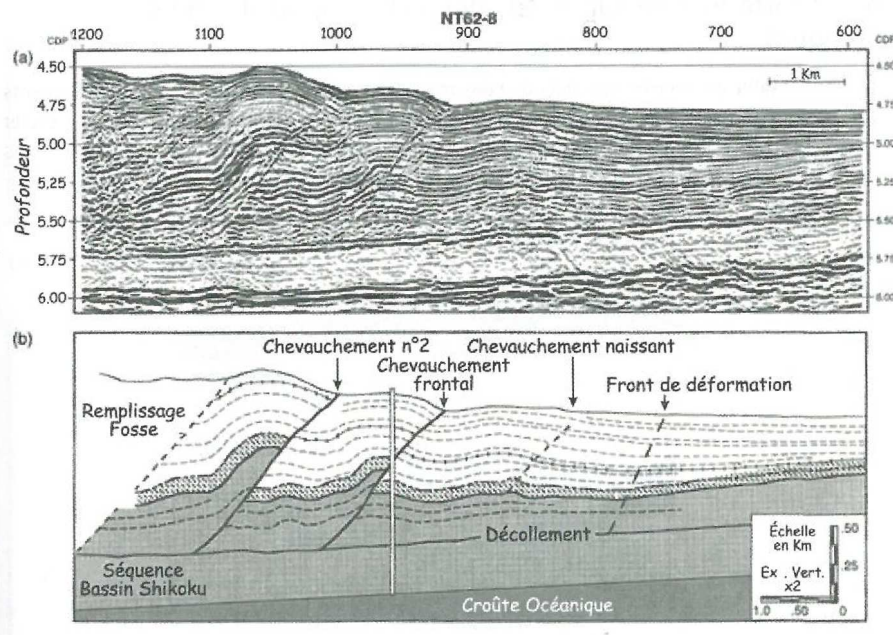


FIGURE 2 – (a) Profil sismique du front du prisme d'accrétion de Nankai au large du Japon (sud-ouest) et (b) interprétation. Le niveau de décollement à la base du prisme ressort nettement (extraite de [Lallemand et al. \(2005\)](#), modifiée à partir de [Morgan et Karig \(1995\)](#))

des plaques (Figure 2). Le décollement, épais de seulement quelques mètres, présente des propriétés mécaniques très particulières n'offrant que très peu de résistance au cisaillement ([Lallemand et al., 2005](#)).

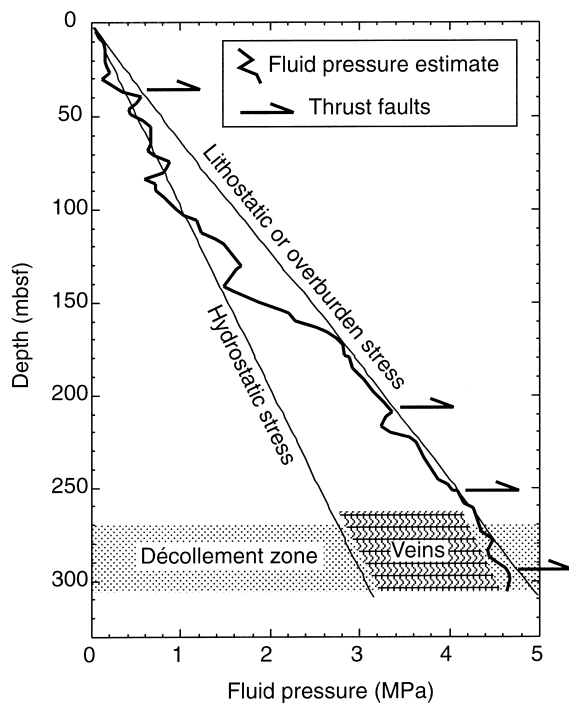
Dès le début du 19<sup>ème</sup> siècle, les chaînes plissées d'avant-pays, qui sont les analogues des prismes d'accrétion en milieu continental, posent des problèmes du point de vue mécanique : comment expliquer le déplacement de nappes sur d'aussi grandes distances sur des pentes de pendage trop faible pour être justifié par un écoulement gravitaire ? Quelle est la nature des forces capables de tels déplacements ? De nombreux travaux (e.g. [Hall, 1815](#); [de Beaumont L. Elie, 1852](#); [Callaway, 1883](#); [Cadell, 1890](#)), conduisent à la conclusion qu'il existe une force horizontale à l'origine de ces grands déplacements et que la présence d'une couche très faiblement frictionnelle est nécessaire ([Smolukowsky, 1909](#); [Goguel, 1943](#)).

Ce n'est qu'à partir de la deuxième moitié du 20<sup>ème</sup> siècle qu'une attention particulière se porte sur ces zones faibles formant le niveau de décollement. Par exemple, [Hubbert et Rubey \(1959\)](#) ont montré comment des pressions de fluide anormales pouvaient favoriser le déplacement des nappes chevauchantes. Leurs travaux reprenaient le concept de la contrainte effective développée quelques dizaines d'années plus tôt en mécanique des sols par [Terzaghi \(1923\)](#), et utilisaient le fait que la pression diminue la contrainte normale sur le plan de rupture et diminue ainsi la résistance au glissement. Bien qu'il y ait eu quelques critiques après la parution de leur article (e.g. [Kelhe, 1970](#), qui lui propose la présence d'une couche ductile), le rôle de ces surpressions est aujourd'hui largement admis

et très souvent évoqué dans de nombreuses analyses tectoniques (e.g., *Moore et Vrolijk, 1992; Le Pichon et al., 1993*).

Le rôle des pressions de fluide est d'autant plus important pour les prismes d'accrétion qui sont, le plus souvent, des structures géologiques sous-marines et mettent donc en jeu des sédiments saturés. Plusieurs mécanismes peuvent être à l'origine de surpressions de fluide (*Saffer et Tobin, 2011*) :

- *Diminution du volume de pore par compaction mécanique* : il peut être directement lié à l'enfouissement ou alors à la composante horizontale de la contrainte.
- *Augmentation du volume de fluide* : elle peut avoir plusieurs origines comme l'expansion thermique ou la déshydratation de certaines roches. Dans les prismes, cette augmentation est notamment due à la réaction smectite-illite.



**FIGURE 3** – Profil de pression en fonction de la profondeur proche du front du prisme des Barbades (Site 676, campagne IODP). Au niveau du décollement, la pression est très élevée et atteint quasiment la limite lithostatique. (extraite de *Moore et Tobin (1997)*)

utilisé dans la littérature (e.g., *Dahlen, 1990; Sreaton et al., 2002; Saffer, 2003; Mourgues et Cobbold, 2006b*). Les valeurs limites de ce coefficient sont  $\rho_f/\rho$  et 1 ( $\rho_f$  et  $\rho$  étant la masse volumique du fluide et celle de la roche saturée). Ces deux valeurs correspondent à une pression hydrostatique et une pression lithostatique respectivement. Pour plus de détails sur ce coefficient  $\lambda$  voir l'encadré page 6.

La Figure 3 présente un exemple de profil de pression dans le prisme d'accrétion des Barbades. On observe que la pression peut subir de fortes variations. Dans les premiers 150 m, la pression peut varier notablement sur des profondeurs relativement faible ( $\sim 10$  m). Elle reste tout de même de l'ordre de grandeur de la pression hydrostatique. Au delà et notamment dans le décollement, les surpressions atteignent des valeurs proches de la limite lithostatique. On remarque aussi que les niveaux de chevauchement (notés *Thrust faults* sur la Figure et caractérisés par les flèches) sont marqués par des variations de pression plus ou moins fortes. Au vu de cette Figure et des valeurs que peuvent atteindre les surpressions dans un prisme d'accrétion, on comprend la nécessité de les étudier et de les prendre en compte dans les modèles mécaniques.

Afin de caractériser les surpressions de fluides, *Hubbert et Rubey (1959)* ont introduit un **coefficient de pression** noté  $\lambda$ . Celui-ci **que nous utiliserons dans la suite de ce manuscrit** est très largement

### Le coefficient de pression $\lambda$ ([Hubbert et Rubey, 1959](#))

Ce coefficient de pression caractérise l'intensité de la surpression de fluide. Sa définition originelle ([Hubbert et Rubey, 1959](#)) est la suivante <sup>a</sup> :

$$\lambda = -\frac{P_f - \rho_f g D}{\sigma_z + \rho_f g D} = \frac{\tilde{P}_f}{\tilde{\sigma}_z} \quad (1)$$

où  $P_f$  est la pression du fluide ;  $\sigma_z$  est la contrainte totale verticale, elle représente l'opposé du poids de la colonne de roche et d'eau au dessus du point considéré (représenté par un carré sur la Figure 4a) ;  $D$  est la hauteur d'eau au dessus du point ; et  $\rho_f$  la densité du fluide. Sur la Figure 4b sont représentées les grandeurs  $\tilde{P}_f$  et  $\tilde{\sigma}_z$  entrant en jeu dans l'expression de  $\lambda$ .

Lorsque la pression est hydrostatique,  $\lambda = \frac{\rho_f}{\rho}$  (où  $\rho$  est la densité de la roche saturée), et lorsque la pression tend vers la pression lithostatique,  $\lambda = 1$ .

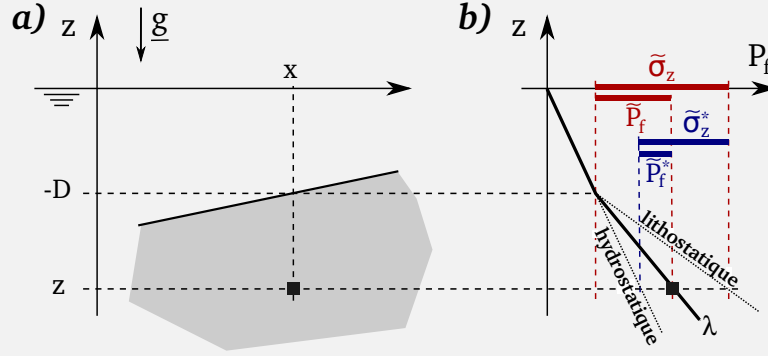


FIGURE 4 – (a) On considère un point (carré noir) situé à la profondeur  $z$  ( $z < 0$ ) sous la surface de la mer. La hauteur d'eau au dessus de ce point est notée  $D$ . (b) Profil de pression le long de la colonne lorsque  $\lambda$  est constant. Les quantités  $\tilde{P}_f$ ,  $\tilde{\sigma}_z$ ,  $\tilde{P}_f^*$  et  $\tilde{\sigma}_z^*$  utilisées dans les définitions de  $\lambda$  et  $\lambda^*$  sont illustrées sur ce graphe.

Dans la littérature, une autre définition est parfois utilisée (e.g., [Screaton et al., 2002](#)). Dans ce cas là, le coefficient de pression est noté  $\lambda^*$  et sa définition est :

$$\lambda^* = -\frac{P_f - P_{hydro}}{\sigma_z + P_{hydro}} = \frac{\tilde{P}_f^*}{\tilde{\sigma}_z^*} \quad (2)$$

où  $P_{hydro}$  est la pression hydrostatique. Avec cette définition, les pression hydrostatique et lithostatique correspondent à  $\lambda^* = 0$  et  $\lambda^* = 1$ , respectivement. Ici aussi, les grandeurs  $\tilde{P}_f^*$  et  $\tilde{\sigma}_z^*$  entrant en jeu dans l'expression de  $\lambda^*$  sont représentées sur la Figure 4.

Dans ce manuscrit, nous adopteront la première définition.

a. Cette expression est valable lorsque les contraintes en compression sont choisies négatives, dans le cas contraire il convient de mettre un signe négatif devant  $\sigma_z$

---

## L'étude des prismes d'accrétion

Outre la compréhension d'aspects fondamentaux sur la structure et l'évolution des prismes d'accrétions, ils sont très largement étudiés car ils sont le lieu d'importants séismes pouvant s'avérer tsunamigéniques (e.g., *Park et al.*, 2000; *Wang et Hu*, 2006; *Saffer et Tobin*, 2011). Tout d'abord, les études de terrain et campagnes en mer permettent grâce aux données récoltées de décrire l'histoire du prisme et sa structure actuelle (e.g., *Strasser et al.*, 2009). Une des techniques les plus utilisées est la sismique marine qui permet d'une part d'avoir accès aux structures internes du prisme le long de profils (e.g., *Park et al.*, 2002; *Singh et al.*, 2011) voire sur des zones 3D (*Moore et al.*, 2007), mais aussi à des informations sur les contraintes ou les pressions de fluides via les vitesses des ondes P et S (e.g., *Tobin et Saffer*, 2009). On peut aussi citer l'apport des forages pour la connaissance des contraintes in situ (e.g., *Lin et al.*, 2010; *Chang et al.*, 2010). En leur apportant toujours de nouvelles questions mais aussi des éléments de réponse, toutes ces données nourrissent les autres approches qui cherchent à expliquer l'évolution passée des prismes, à comprendre l'effet des différents paramètres sur cette évolution, à expliquer le comportement observé et à prédire celui à venir. Les différentes approches complémentaires adoptées sont :

- Les approches cinématiques (*Suppe*, 1983) qui cherchent à reconstruire l'évolution passée des structures observées par constructions géométriques ;
- Les modélisations analogiques qui peuvent avoir pour but de valider les théories (e.g., *Davis et al.*, 1983), de tester l'influence d'un paramètre précis (e.g., *Gutscher et al.*, 1996; *Lohrmann*, 2003) ou de reproduire des structures observées (e.g., *Bonnet et al.*, 2007) ;
- Les modélisations mécaniques (e.g., *Buiter et al.*, 2006; *Stockmal et al.*, 2007) qui cherchent d'une part à expliquer de manière théorique les observations mais aussi à prédire l'évolution future du prisme.

## Les modèles mécaniques actuels de prismes d'accrétion

Le modèle qui prévaut de nos jours est la **théorie du prisme critique** (voir l'encadré page 8 pour une brève description). Les premières briques de ce modèle ont été posées par *Chapple* (1978). Alors que jusque là seules des nappes rectangulaires avaient été considérées, se basant sur les observations de terrain, il considère des structures prismatiques. Dans son travail, il considère une structure parfaitement plastique. Par la suite, *Davis et al.* (1983) reprendront le concept de prisme critique mais pour des matériaux présentant un comportement coulombien. Ils montrent que ce modèle s'applique tout aussi bien aux prismes d'accrétion qu'aux ceintures de chevauchements des chaînes d'avant-pays tout en utilisant une analogie entre ces structures et un bulldozer poussant un tas de neige sur une pente constante. Ce tas se déforme jusqu'à atteindre une géométrie critique en biseau qui permet au tas de glisser sur la pente basale sans se déformer. Si aucun nouveau matériel n'est rencontré, le prisme se déplace alors de façon stable. Ces travaux, ainsi que les suivants (*Dahlen*, 1984, 1990), établissent pour différents cas (cohésif, non-cohésif, friction variant linéairement avec la profondeur,...) des relations entre l'ouverture critique

### La théorie du prisme critique non-cohésif (*Dahlen, 1984*)

Cette théorie s'intéresse à la stabilité d'un prisme sous-marin infini caractérisé par les propriétés des matériaux constituant le corps du prisme et le décollement, à savoir leur friction  $\phi$  et  $\phi_D$  respectivement, et les coefficients de pression  $\lambda$  et  $\lambda_D$ . La pente de la surface est notée  $\alpha$  et le pendage du décollement est noté  $\beta$  (Figure 5).

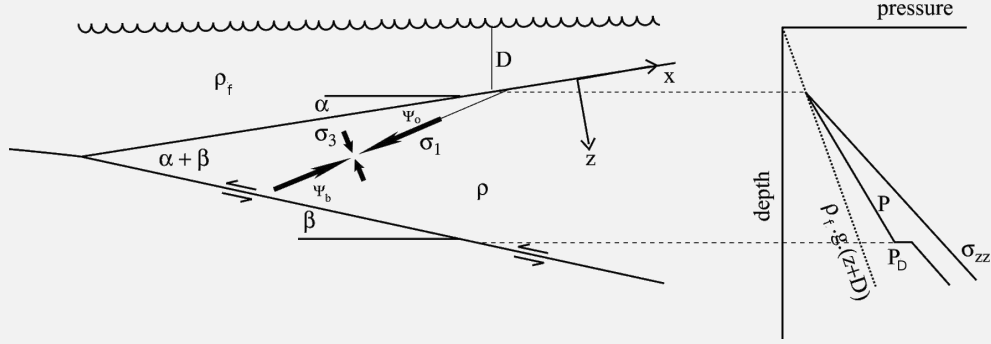


FIGURE 5 – Caractéristiques principaux entrant en jeu dans le prisme critique (extraite de *Mourgues et Cobbold (2006b)*, modifiée à partir de *Dahlen (1990)* )

L'état des contraintes est défini à la rupture en tout point de l'espace, cet état est décrit par une loi de Mohr-Coulomb et ne dépend que de la variable  $z$ . À partir de ce champ de contrainte, *Dahlen (1984)* propose une relation analytique caractérisant la pente critique du prisme  $\alpha_c$  en fonction des différents paramètres géométriques et matériaux. Plus tard, *Lehner (1986)*, proposera une solution graphique à ce problème basée sur la représentation de Mohr des contraintes. La relation donnant la pente critique est la suivante :

$$\alpha_c + \beta = \Psi_0 + \Psi_D \quad (3)$$

$$\text{où } \Psi_0 = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{\sin \alpha'}{\sin \phi}\right) - \frac{1}{2} \alpha'; \tan \alpha' = \tan \alpha_c \frac{1 - \rho_f/\rho}{1 - \lambda};$$

$$\Psi_D = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{\sin \phi'_D}{\sin \phi}\right) - \frac{1}{2} \phi'_D \text{ et } \tan \phi'_D = \tan \phi_D \frac{1 - \rho_f/\rho}{1 - \lambda} = \mu'_D{}^a$$

D'une part, lorsque  $\alpha < \alpha_c$ , le prisme se déforme jusqu'à atteindre cette pente critique. D'autre part, lorsque  $\alpha > \alpha_c$  et qu'il ne reste plus de matériel à accréter, l'ensemble du prisme peut glisser sans déformation interne. Dans le cas contraire, le prisme continue à se déformer de façon à conserver cet angle. Quant à la déformation, lorsque  $\alpha < \alpha_c$  elle a lieu à l'arrière du prisme et inversement lorsque  $\alpha > \alpha_c$  elle a lieu à l'avant du prisme (accrétion frontale).

*Dahlen (1990)* présente des variantes de cette relation pour des cas plus complexes, mais celles-ci n'ont pas de solutions analytiques.

a. Ce coefficient  $\mu'_D$  introduit par *Dahlen (1984)* est nommé coefficient de friction effectif et rend compte de l'effet de la pression dans le décollement sur la résistance à la friction

---

du prisme, les paramètres frictionnels du prisme et du décollement, et la pression de fluide dans le prisme et dans le décollement. [Dahlen \(1984\)](#) propose, quant à lui, une solution analytique à ce problème dans le cas d'un prisme non-cohésif qui trouvera par la suite une solution graphique ([Lehner, 1986](#)). Il est aussi montré que dans ce cas non-cohésif, la criticalité correspond à un état de contrainte proportionnel à  $\rho gz$  dans tout le prisme et que ce prisme est à la limite de la rupture partout. Cette théorie de prisme critique n'est évidemment applicable que pour la croûte supérieure dont le comportement est considéré comme cassant.

Par la suite, les modèles mécaniques vont s'intéresser à un aspect absent de l'analyse faite par Dahlen et ses collègues, à savoir, la déformation interne dans les prismes et notamment la **localisation des failles**. On peut citer par exemple les travaux de [Yin \(1993\)](#), qui en introduisant de la cohésion dans la structure, tente de déterminer la position d'une première faille ou alors [Panian et Pilant \(1990\)](#), qui en se basant sur l'algorithme de perturbation linéaire développé par [McTigue et Mei \(1981\)](#), localisent la première faille au front du prisme, à la rupture de pente. D'un point de vue numérique, **la méthode la plus répandue est celle des éléments finis** (e.g., [Panian et Wiltschko, 2004](#); [Stockmal et al., 2007](#)). Cependant, elle est limitée par la difficulté de créer de réelles discontinuités en déplacement (failles) ou par la prise en compte de paramètres rhéologiques complexes à l'échelle des structures. De plus, son développement et le temps de calcul peuvent être particulièrement longs. Ainsi, d'autres méthodes ont vu le jour (voir [Buiter et al., 2006](#); [Buiter, 2012](#), pour des reviews sur ces méthodes). On peut citer par exemple **la minimisation par dissipation d'énergie** ([Maillot et Leroy, 2003](#)), **les éléments distincts** (e.g., [Yamada et al., 2006](#); [Miyakawa et al., 2010](#)) ou **le calcul à la rupture** qui est utilisé dans cette thèse (e.g., [Cubas et al., 2008](#); [Souloumiac et al., 2010](#)).

Il est important de noter que, dès le début ([Davis et al., 1983](#)), la théorie du prisme critique introduit les pressions de fluide comme un des paramètres principaux. Pourtant par la suite, rares sont les travaux numériques prenant en compte le fluide interstitiel (on peut citer [Strayer et Hudleston, 2001](#)).

## Contenu du manuscrit

Le présent manuscrit s'articule en trois parties :

- Dans **la première partie**, une présentation de la **théorie** utilisée est faite (Chapitre 1) suivie d'une description de l'apport de ce travail (Chapitre 2). À ces deux chapitres s'ajoute une présentation de la contribution de cette thèse au développement numérique d'un code, [SARPP \(2012\)](#), permettant d'appliquer le calcul à la rupture à des systèmes discrétisés (Chapitre 3). Dans un souci pédagogique, dans chacun des chapitres les théories ou méthodes décrites sont systématiquement illustrées sur un exemple.
- **La deuxième partie** présente un **travail expérimental**, réalisé à l'université du Maine (le Mans), mettant en jeu des surpressions de fluide dans des prismes construits avec du sable. Le Chapitre 1 se présente sous la forme d'un article accepté dans le *Journal of Geophysical Research* : [Pons A.](#) et Mourgues R., **Deformation and stability of over-pressured wedges - insight from sandbox models**.



Cet article présente une **validation expérimentale** des prédictions de la théorie du prisme critique en présence de surpressions de fluide, ce qui n'avait jamais été fait à notre connaissance. Le Chapitre 2 de cette partie présente quant à lui des résultats préliminaires sur l'influence des déformations héritées sur la stabilité du prisme.

- Enfin, la **troisième partie** présente plusieurs **applications de la théorie** développée, **à des prismes réels** mais aussi au problème plus général du partitionnement du décollement en deux unités mécaniques distinctes. Dans un premier temps, on s'intéresse à l'effet des hétérogénéités de pression de fluide dans le décollement sur la localisation de la déformation (Chapitre 1). Ce chapitre s'intéresse tout d'abord à une distribution continue de pression de fluide dans le cas du prisme des Barbades et ensuite à la stabilité d'un prisme triangulaire dont le décollement est divisé en deux unités mécaniques distinctes. Enfin, le Chapitre 2 examine, grâce à l'approche cinématique du calcul à la rupture les conditions de pression pouvant conduire à l'activation du grand chevauchement hors séquence, *splay fault*, du transect de Kumano du prisme de Nankai (Japon). L'utilisation de l'approche semi-analytique de cette méthode fait l'objet de la première section de ce chapitre qui est présentée sous forme d'un article soumis pour publication au journal *Earth and Planetary Science Letters* : Pons A., Leroy Y.M. et Siegfried Lallemand, **Fluid pressure conditions for the activation of the splay-fault in the Kumano transect, Nankai, South-West Japan**. Enfin, la deuxième section de ce chapitre présente les résultats obtenus grâce à l'approche numérique.

Outre les deux articles déjà mentionnés, deux autres articles ont été publiés durant cette thèse. Le premier, dont la rédaction a été finalisée lors de ma première année de thèse, porte sur mon travail de Master 2 :

Pons A., David C., Fortin J., Stanchits S., Mengus J.M. et Menéndez B. (2011), **X-ray imaging of water motion during capillary imbibition : a study on how compaction bands impact fluid flow in Bentheim sandstone**, *Journal of Geophysical Research* , 116, B03205, doi :10.1029/2010JB007973.

Le second article, portant sur mon travail de thèse, décrit d'une part la mise en place du formalisme qui est présentée dans le Chapitre 2 de la première partie et d'autre part les résultats traités dans le Chapitre 1 de la troisième partie. Cet article n'est pas inséré sous sa forme publiée dans ce manuscrit afin d'éviter toute redondance. La référence de cet article est :

Pons A. et Leroy Y.M. (2012), **Stability of accretionary wedges based on the maximum strength theorem for fluid-saturated porous media**, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 60 (4), 643-664, doi :10.1016/j.jmps.2011.12.011.

---

PARTIE I

## **Le calcul à la rupture appliqué aux milieux poreux saturés**



---

# Introduction

TEL QU'IL A ÉTÉ INTRODUIT par *Drucker* (1953), le calcul à la rupture est un outil puissant afin d'obtenir un encadrement de la charge maximale que peuvent supporter une large variété de structures. Alors qu'il est très largement utilisé en génie civil, géotechnique ou mécanique des sols (dimensionnement de fondations, stabilité de pentes, ...), il faut attendre de récents travaux (*Maillot et Leroy*, 2006; *Cubas et al.*, 2008; *Souloumiac et al.*, 2009, 2010) pour le voir appliqué à des structures géologiques.

L'objet du calcul à la rupture est de prédire de façon simple la capacité de structures à supporter une charge déterminée. Il se base sur le fait que les contraintes que peuvent supporter les matériaux solides sont limitées et qu'il existe donc un niveau maximal de sollicitation au-dessus duquel les matériaux d'une structure subissent des dommages mécaniques graves pouvant conduire à la rupture. L'avantage principal de cette méthode est qu'elle se réfère uniquement aux équations d'équilibre et à la résistance des matériaux, c'est à dire qu'elle s'affranchit de toute loi de comportement ainsi que de l'histoire du chargement. Seule la donnée d'un domaine de résistance est nécessaire. Cette méthode est composée de deux approches :

1. *Une approche statique* qui recherche une borne inférieure du chargement maximal que peut supporter la structure.
2. *Une approche cinématique* qui recherche une borne supérieure du chargement maximal que peut supporter la structure.

On peut ainsi encadrer la charge menant à la rupture d'une structure sans suivre toute l'historique du chargement. Alors que la première approche s'appuie sur des champs de contrainte, la seconde se base sur des champs de vitesse virtuelle. Plus le nombre de champs exploré est grand, plus l'encadrement sera précis jusqu'à tendre vers le chargement à la rupture. Lorsque le domaine de résistance est convexe et que les bornes inférieure et supérieure trouvées sont égales, il est montré que le champ de contrainte associé à la borne inférieure correspond au champ réel à la rupture de la structure (*Salençon*, 2002). Ceci n'est pas le cas pour le champ de vitesse virtuelle trouvé car il peut en exister plusieurs pouvant conduire à la même borne supérieure (*Salençon*, 2002).

LES TRAVAUX FAISANT APPEL AU CALCUL À LA RUPTURE DANS LE DOMAINE DES GÉOSCIENCES s'intéressent principalement aux chaînes d'avant pays et aux prismes d'accrétion (*Cubas et al.*, 2008; *Souloumiac et al.*, 2009, 2010). Ils ont mis en avant l'efficacité de cette méthode qui peut tout aussi bien être mise en œuvre analytiquement que numériquement. L'approche numérique est basée sur une formulation de type élément finis. Développée numériquement, cette méthode reste bien plus "légère" que celles utilisées classiquement (éléments finis, éléments distincts) tout en étant applicable à des géométries et chargements complexes. Elle permet aussi d'introduire simplement des déplacements sur les discontinuités ce qui est essentiel pour traiter les failles rencontrées en géologie. Et enfin, *Cubas et al.* (2008) ont aussi montré que cette méthode peut être adaptée pour étudier l'évolution des structures. Cet aspect avait été abordé en ingénierie (e.g., *Yang*, 1993) mais ne s'est pas imposé face à la méthode des éléments finis qui

---

permettait notamment de prendre en compte l'écrouissage du matériaux (évolution du domaine de résistance avec l'accumulation de la déformation irréversible). En géologie, le calcul à la rupture pour des problèmes d'évolution prend son sens car les propriétés des matériaux sont souvent mal contraintes et cette approche simplifiée permet de venir greffer des concepts de mécanique à des approches purement géométriques qui font suites aux travaux de [Suppe \(1983\)](#) sur les plis reliés aux failles ([Kampfer et Leroy, 2012](#)). Dans cette thèse, nous allons nous restreindre au début de la ruine, cadre classique du calcul à la rupture. On sent cependant qu'une des extensions naturelles de ce travail est de continuer avec une évolution mécanique et géométrique dans l'esprit des travaux de [Cubas et al. \(2008\)](#) et maintenant de [Mary et al. \(2012\)](#).

DANS CETTE PREMIÈRE PARTIE, les grandes lignes des deux approches du calcul à la rupture sont présentées autour de l'exemple simple d'un échantillon cylindrique en compression triaxiale (Chapitre 1). Cette analyse fait partie d'une étude préliminaire sur la formation de bande de compaction dans les grès qui n'est pas développée d'avantage dans ce manuscrit. Nous verrons que toute la difficulté de cette méthode repose sur un problème d'optimisation que ce soit de champs de contraintes dans l'approche statique ou de champs de vitesses dans l'approche cinématique. Ces champs de vitesse définissant des mécanismes de ruine. Dans un second temps, nous nous concentrons sur l'approche cinématique dans laquelle nous avons introduit l'effet des pressions de pore. Cette extension de l'approche cinématique du calcul à la rupture est tout d'abord abordée de manière analytique dans le cadre de l'étude de la stabilité du prisme de Dahlen (Chapitre 2). Le développement tel qu'il est présenté ici est à la base de l'article suivant :

[Pons A. et Leroy Y.M. \(2012\)](#), **Stability of accretionary wedges based on the maximum strength theorem for fluid-saturated porous media**, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 60 (4), 643-664, doi :10.1016/j.jmps.2011.12.011.

Cet article qui, à la fois, décrit la mise en place du formalisme et présente des résultats traités dans les parties suivantes de ce manuscrit n'est pas inséré dans le corps du texte afin d'éviter toute redondance. Enfin, le dernier chapitre de cette partie abordera le problème d'optimisation dans le cas où une discrétisation de la structure est faite. Une telle discrétisation permet de ne pas faire d'hypothèse sur le mécanisme de ruine qui est optimisé numériquement. Cette méthode introduite par [Souloumiac et al. \(2010\)](#), a été étendue au cas des milieux poreux saturés dans le cadre d'une collaboration avec Pauline Souloumiac, le premier auteur de cette contribution.

# Introduction au calcul à la rupture

---

---

LA THÉORIE DU CALCUL À LA RUPTURE considérée dans cette thèse se réfère tout particulièrement à la description faite par *Salençon* (2002). L'objet de ce chapitre est de présenter la méthode du calcul à la rupture, le formalisme utilisé et sa mise en œuvre. Nous prendrons l'exemple simple d'un échantillon cylindrique soumis à une compression triaxiale pour introduire les deux approches du calcul à la rupture (cinématique et statique). Cet exemple présente un double intérêt. D'une part, c'est un problème simple et d'autre part le résultat est bien connu. Ainsi, il permet d'introduire la question d'optimisation pour le cas de l'approche cinématique. Ici, cette optimisation est possible de manière analytique mais ce n'est pas toujours le cas comme nous le verrons dans la suite de ce manuscrit.

CE CHAPITRE se compose de la manière suivante : après être revenu brièvement sur le domaine de résistance qui est un concept commun aux deux approches, leur principe général ainsi que la fonction d'appui, qui est le point central de l'approche cinématique, seront présentées. Enfin, nous mettrons en œuvre le calcul à la rupture pour le cas de l'exemple choisi.

---

## Sommaire

---

1.1	Domaine de résistance des matériaux et fonction d'appui . . . . .	17
1.1.1	Définition générale du domaine de résistance . . . . .	17
1.1.2	Exemple de critère de rupture : le critère de Coulomb . . . . .	17
1.2	Principe général du calcul à la rupture . . . . .	18
1.2.1	Principe de l'approche statique . . . . .	19
1.2.2	Principe de l'approche cinématique . . . . .	20
	Le principe des puissances virtuelles . . . . .	20
	Le théorème de la résistance maximale . . . . .	20
	La fonction d'appui associée à une discontinuité . . . . .	21
	Le mécanisme de ruine . . . . .	24
1.3	Exemple de la compression triaxiale d'un échantillon cylindrique . . . . .	24
1.3.1	Échantillon, chargement et conditions aux limites . . . . .	24
1.3.2	Détermination de la borne inférieure par l'approche statique . . . . .	25
	Champs de contrainte considérés . . . . .	25
	Borne inférieure et mode de rupture . . . . .	26
1.3.3	Détermination de la borne supérieure par l'approche cinématique . . . . .	27
	Champs de vitesses considérés . . . . .	27
	La borne supérieure $Q_u$ de la force $Q$ associée à $\{\hat{V}\}$ . . . . .	28
	Recherche du minorant des majorants $Q_{lu}$ . . . . .	28
1.3.4	Comparaison des deux approches . . . . .	29
1.4	Conclusion . . . . .	30

---

## 1.1 Domaine de résistance des matériaux et fonction d'appui

### 1.1.1 Définition générale du domaine de résistance

Le domaine de résistance d'un solide,  $G \in \mathbb{R}^6$ , définit l'espace de contraintes que peut supporter le matériau constituant la structure. Ce domaine dépend d'un ou plusieurs critères de rupture noté  $f_\alpha$ .  $G$  s'exprime de la façon suivante :

$$G = \{\underline{\sigma} | f_\alpha(\underline{\sigma}) \leq 0\} \quad (1.1)$$

où les différents  $f_\alpha(\underline{\sigma})$  sont une série de critères de rupture. Ce domaine de résistance contient la contrainte nulle. De plus, l'expérience montre que pour la plupart des matériaux, ce domaine de résistance est convexe. Dans la suite nous ne considérerons que des domaines de résistance convexes.

Un domaine de résistance,  $G^d \in \mathbb{R}^2$ , peut aussi être introduit pour une discontinuité. Notons  $\underline{T} = \underline{\sigma} \cdot \underline{n}$ , le vecteur contrainte appliqué à cette discontinuité de normale  $\underline{n}$ .  $G^d$  est l'ensemble des vecteurs contrainte que la discontinuité peut supporter avant la ruine.  $G^d \in \mathbb{R}^2$  car  $\underline{T}$  dans le repère approprié n'est défini que par deux grandeurs : la contrainte normale et la contrainte tangentielle appelées  $\sigma_n$  et  $\tau$  respectivement. Il est défini de la même façon par des critères de rupture,  $f_\alpha^d$ , qui sont donnés en fonction de  $\sigma_n$  et de  $\tau$ .

### 1.1.2 Exemple de critère de rupture : le critère de Coulomb

Un des critères de rupture le plus utilisé pour les sols, les milieux granulaires ou les roches est le critère de Coulomb. Ce critère est valide pour des matériaux isotropes. Celui-ci stipule que la contrainte tangentielle  $|\tau|$ , c'est à dire la valeur absolue du cisaillement, sur n'importe quelle surface de normale  $\underline{n}$ , ne peut excéder une certaine valeur dépendant de la contrainte normale sur cette surface  $\sigma_n$  et de deux constantes caractéristiques du matériau :  $\phi$  l'angle de friction interne et  $C_0$  la cohésion :

$$|\tau| \leq C_0 - \sigma_n \tan(\phi). \quad (1.2)$$

Cette inégalité conduit au critère de rupture de Coulomb,  $f_C^d(\sigma_n, \tau)$ , sur une discontinuité :

$$f_C^d(\sigma_n, \tau) = |\tau| + \sigma_n \tan(\phi) - C_0 \leq 0 \quad (1.3)$$

Ce critère est illustré par la Figure 1.1a. Il peut aussi se réécrire en fonction de la première et de la troisième contraintes principales,  $\sigma_I$  et  $\sigma_{III}$ <sup>1</sup>

$$f_C(\underline{\sigma}) = 2[D + p \sin(\phi) - C_0 \cos(\phi)] \leq 0 \quad (1.4)$$

où

$$\begin{cases} p = \frac{\sigma_I + \sigma_{III}}{2} & (1.5) \\ D = \frac{\sigma_I - \sigma_{III}}{2} \geq 0 & (1.6) \end{cases}$$

1. Les contraintes en compression sont choisies négatives



On peut noter que ce critère ne dépend pas de la contrainte principale intermédiaire,  $\sigma_{II}$ . Par ailleurs,  $p$  et  $D$  représentent respectivement le premier invariant des contraintes, qui est égal à la contrainte moyenne en  $2D$ , et la contrainte déviatorique divisée par deux.

Enfin, un critère de rupture valable dans toute la structure et pour toutes les orientations, c'est à dire non associé à une discontinuité donnée, peut être écrit :

$$f_C(\underline{\sigma}) = \sigma_I - \sigma_{III} + (\sigma_I + \sigma_{III}) \sin(\phi) - 2C_0 \cos(\phi) \leq 0. \quad (1.7)$$

Les limites de cette définition sont discutées par [Mandl \(1999\)](#).

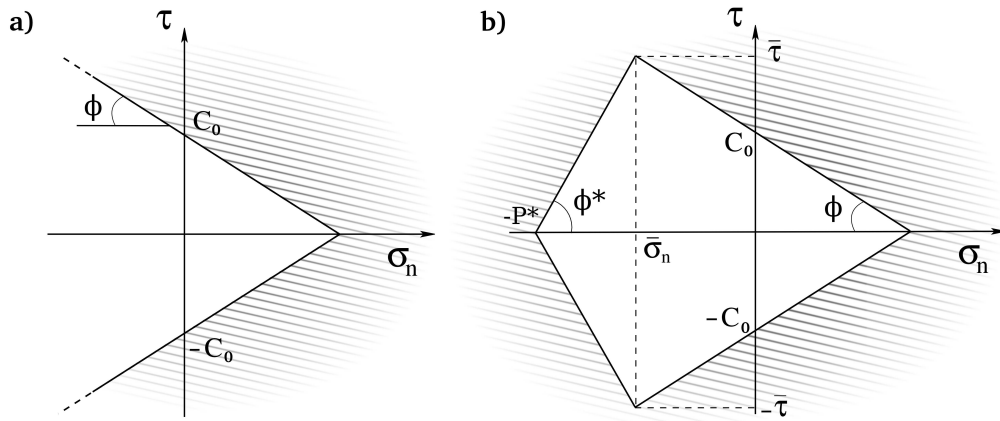


FIGURE 1.1 – (a) Critère de rupture de Coulomb (demi-droites) et domaine de résistance associé (partie du plan non hachurées) dans le plan  $\{\sigma_n, \tau\}$  et (b) de même dans le cas où un critère en compaction complète le critère de Coulomb.

Les matériaux rencontrés en géologie présentent souvent une limite de résistance en compaction due à leur porosité. Le critère compactant le plus simple,  $f_{CP}$  ([Fortin et al., 2006](#)), que nous utiliserons le cas échéant, est illustré par la Figure 1.1b. En terme de  $\sigma_n$  et de  $\tau$ , ce critère s'écrit :

$$f_{CP}^d(\sigma_n, \tau) = |\tau| - (\sigma_n + P^*) \tan \phi^* \leq 0 \quad (1.8)$$

où  $P^*$  est la pression d'effondrement de pores et  $\phi^*$  caractérise la pente de l'enveloppe de rupture dans la partie compactante. Nous nous limiterons à des critères linéaires bien que de manière générale, le critère utilisé en compaction est souvent elliptique ([Rudnicki, 2004](#)).

## 1.2 Principe général du calcul à la rupture

Considérons un domaine  $\Omega$ , qui est soumis à une densité de chargement  $\underline{q}$  sur une partie de sa frontière dénotée  $\partial\Omega_q$ . Ce chargement est caractérisé par le scalaire  $Q = \int_{\partial\Omega_q} \underline{q} \cdot \underline{n} dS$ . Le calcul à la rupture cherche à trouver la force résultante maximale

$Q^*$  que peut supporter le système avant la rupture ainsi que le mécanisme par lequel cette rupture aura lieu. Il existe deux approches dans le calcul à la rupture :

- *Une approche statique* qui recherche **une borne inférieure**  $Q_l$  du chargement  $Q^*$  que peut supporter la système avant la rupture en se basant sur **des champs de contrainte statiquement admissibles**.
- *Une approche cinématique* qui recherche **une borne supérieure**  $Q_{lu}$  du chargement  $Q^*$  que peut supporter le système avant la rupture en se basant sur **des champs de vitesse cinématiquement admissibles**.

### 1.2.1 Principe de l'approche statique

Cette branche de l'analyse limite cherche à déterminer **le chargement** (ici la force résultante  $Q$ ) **le plus élevé qui est potentiellement supportable par le système**. Un chargement potentiellement supportable est un chargement pour lequel il existe au moins un champ de contrainte **statiquement admissible** ( $SA$ ) qui en tout point **appartient au domaine de résistance**. Afin d'être  $SA$ , un champ de contrainte,  $\underline{\underline{\sigma}}$  doit vérifier les quatre conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) + \rho \underline{g} = \underline{0}, \quad \forall \underline{x} \in \Omega, \\ \llbracket \underline{\underline{\sigma}} \rrbracket \cdot \underline{n} = \underline{0}, \quad \forall \underline{x} \in \Sigma_\sigma, \\ \int_{\partial\Omega_q} \underline{T} \cdot \underline{n} dS = Q, \\ \underline{T} = \underline{T}^d, \quad \forall \underline{x} \in \partial\Omega_t. \end{array} \right. \quad (1.9)$$

La première condition correspond à l'équilibre du système avec la gravité  $g$ ,  $\rho$  étant la densité du matériel. La seconde traduit la continuité du vecteur contrainte à travers toute discontinuité  $\Sigma_\sigma$  pouvant exister dans le domaine  $\Omega$ . La troisième stipule que l'intégrale de la partie normale du vecteur contrainte sur  $\partial\Omega_q$  est égale à la force résultante imposée,  $Q$ . La dernière implique qu'en tout point de  $\partial\Omega_t$ <sup>2</sup>, le vecteur contrainte sur une facette orientée vers l'extérieur soit égal à la densité des efforts extérieurs imposés.

Le majorant des chargements potentiellement supportables constitue **une borne inférieure,  $Q_l$ , à la force  $Q^*$  qui conduit à la rupture du système** dans le sens où pour toute force inférieure un champ de contrainte équilibrant cette force peut être trouvé (*Salençon, 2002*).

**En pratique**, considérant des chargements  $Q$  croissants, on recherche au moins un **champ de contrainte  $SA$  l'équilibrant**. Ceci jusqu'à ce que l'on n'en trouve plus. Le majorant,  $Q_l$ , des chargements pour lequel on trouve un champ de contrainte  $SA$  qui l'équilibre constitue une borne inférieure de la force. Il faut noter que les champ de contraintes utilisés ne ressemblent pas forcément au champ de contrainte réellement supporté par le système. Enfin, plus on explore de champs de contrainte, plus  $Q_l$  tendra vers  $Q^*$ .

2.  $\partial\Omega_t^T$  est la frontière sur laquelle des efforts sont prescrits excepté le chargement  $\underline{q}$  qui est prescrit sur la frontière  $\partial\Omega_q$

### 1.2.2 Principe de l'approche cinématique

#### Le principe des puissances virtuelles

Le point de départ de cette approche est le principe des puissances virtuelles qui exprime de façon faible (c'est à dire sous forme d'intégrale) l'équilibre mécanique des forces. Il stipule l'égalité des puissances des efforts externes et internes, pour tout **champ de vitesse virtuel** c'est à dire un champ de vitesse **cinématiquement admissible** (CA). Un champ de vitesse CA n'est pas nécessairement un champ de vitesse réel mais doit être continu par morceau et vérifier les conditions aux limites en vitesse. Dans la suite un tel champ de vitesse sera indiqué par un accent circonflexe :  $\hat{\underline{V}}$ . Le principe des puissance virtuelles s'exprime alors comme suit

$$\mathcal{P}_{\text{ext}}(\hat{\underline{V}}) = \mathcal{P}_{\text{int}}(\hat{\underline{V}}) \quad \forall \quad \hat{\underline{V}} \text{ CA}. \quad (1.10)$$

La puissance des efforts externes,  $\mathcal{P}_{\text{ext}}(\hat{\underline{V}})$ , est la somme des puissances dues aux chargements externes imposés sur la surface et des forces de volume comme celle due à la gravité. Si les forces de volumes ne sont dues qu'à la gravité alors  $\mathcal{P}_{\text{ext}}(\hat{\underline{V}})$  est définie par

$$\mathcal{P}_{\text{ext}}(\hat{\underline{V}}) = \int_{\Omega_t} \rho \underline{g} \cdot \hat{\underline{V}} dV + \int_{\partial\Omega_t^T} \underline{T}^d \cdot \hat{\underline{V}} dS + \int_{\partial\Omega_q} \underline{Q} \cdot \hat{\underline{V}} dS. \quad (1.11)$$

La puissance des efforts internes peut avoir deux origines : soit localisée (le long des discontinuités de vitesse), soit diffuse (existence de gradient dans le champ de vitesse virtuelle). La puissance dissipée par une discontinuité  $\Sigma_U$  (orientée par le vecteur  $\underline{n}$ ) est la somme sur la discontinuité du produit du vecteur contrainte,  $\underline{T} = \underline{\sigma} \cdot \underline{n}$ , par le saut de vitesse de part et d'autre de la discontinuité,  $\hat{\underline{J}}$ . Si  $\hat{\underline{V}}_+$  et  $\hat{\underline{V}}_-$  sont les vitesses des domaines situés du côté vers lequel pointe  $\underline{n}$  et de l'autre côté, respectivement (Figure 1.2a), le saut de vitesse est défini par :  $\llbracket \hat{\underline{V}} \rrbracket = \hat{\underline{J}} = \hat{\underline{V}}_+ - \hat{\underline{V}}_-$  (Figure 1.2b). Le triangle résultant de la construction de ce saut de vitesse est appelé hodogramme (Figure 1.2b). La puissance due à la déformation diffuse est le produit du champ taux de déformation virtuelle  $\hat{\underline{d}}$  (basé sur la vitesse virtuelle), sur le champ de contrainte  $\underline{\sigma}$ . La puissance interne s'écrit donc

$$\mathcal{P}_{\text{int}}(\hat{\underline{V}}) = \int_{\Omega_t} \underline{\sigma} : \hat{\underline{d}} dV + \int_{\Sigma_U} \underline{T} \cdot \hat{\underline{J}} dS. \quad (1.12)$$

Pour déterminer le chargement  $\underline{Q}$  en combinant les équations (1.10), (2.4) et (1.12), il faut connaître le champ de contrainte  $\underline{\sigma}$  associé à ce champ de vitesse virtuelle. Or ne connaissant pas  $\underline{\sigma}$ , la détermination exacte de  $\underline{Q}$  n'est pas possible. Le théorème de la résistance maximale est alors introduit.

#### Le théorème de la résistance maximale

$\underline{\sigma}$  devant appartenir au domaine de résistance  $G$ , on peut déterminer **la puissance résistance maximale**,  $\mathcal{P}_{\text{rm}}$ , qui constitue **un majorant de la puissance interne** :

$$\mathcal{P}_{\text{rm}}(\hat{\underline{V}}) = \int_{\Omega_t} \sup\{\underline{\sigma} : \hat{\underline{d}} \mid \underline{\sigma} \in G\} dV + \int_{\Sigma_U} \sup\{\underline{T} \cdot \hat{\underline{J}} \mid \underline{T} \in G^d\} dS. \quad (1.13)$$

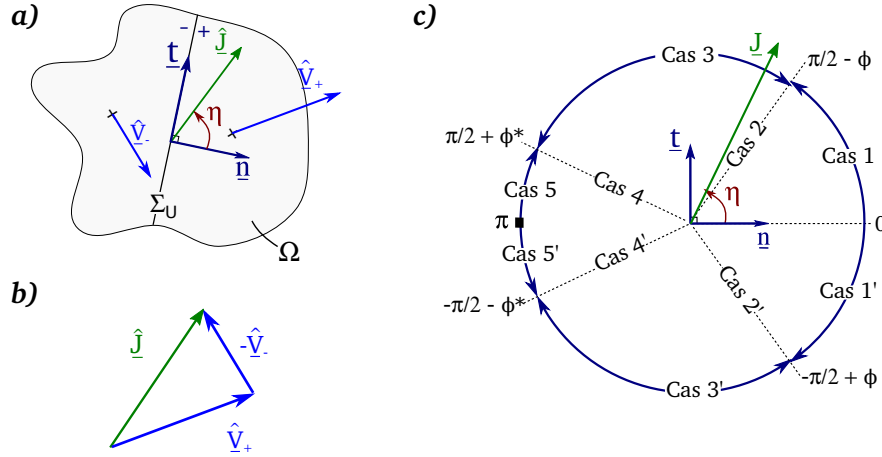


FIGURE 1.2 – (a) Domaine  $\Omega$ , séparé en deux parties par un plan de rupture,  $\Sigma_U$ , orienté par sa normale  $\underline{n}$  et le vecteur tangent  $\underline{t}$ . les deux côtés du plan ont les vitesses  $\underline{\hat{V}}_+$  et  $\underline{\hat{V}}_-$ . (b) Saut de vitesse  $\underline{\hat{J}}$  défini par :  $\underline{\hat{J}} = \underline{\hat{V}}_+ - \underline{\hat{V}}_-$ . Le triangle ainsi construit définit ce que l'on appelle l'hodogramme du saut de vitesse. (c) Définition des différents cas rencontrés suivant l'orientation,  $\eta$ , du vecteur  $\underline{\hat{J}}$  par rapport à la normale  $\underline{n}$

Après détermination de  $\mathcal{P}_{\text{rm}}(\underline{\hat{V}})$  et grâce au principe des puissances virtuelles, on détermine **un majorant  $\underline{Q}_u$  pour le chargement  $\underline{Q}$  associé à ce champ de vitesse virtuelle** :

$$\int_{\partial\Omega_q} \underline{Q} \cdot \underline{\hat{V}} dS \leq \int_{\partial\Omega_q} \underline{Q}_u \cdot \underline{\hat{V}} dS = \mathcal{P}_{\text{rm}}(\underline{\hat{V}}) - \int_{\Omega_t} \rho g \cdot \underline{\hat{V}} dV - \int_{\partial\Omega_t^T} \underline{T}^d \cdot \underline{\hat{V}} dS. \quad (1.14)$$

### La fonction d'appui associée à une discontinuité

Pour déterminer  $\mathcal{P}_{\text{rm}}(\underline{\hat{V}})$ , on introduit les fonctions d'appui :

$$\pi(\underline{x}, \underline{\hat{d}}(\underline{x})) = \sup\{\underline{\sigma}(\underline{x}) : \underline{\hat{d}}(\underline{x}) \mid \underline{\sigma} \in G\} \quad (1.15)$$

$$\pi(\underline{x}, \underline{\hat{J}}(\underline{x})) = \sup\{\underline{T}(\underline{x}) \cdot \underline{\hat{J}}(\underline{x}) \mid \underline{T} \in G^d\} \quad (1.16)$$

qui sont le point central de l'approche cinématique du calcul à la rupture. Ces fonctions sont des fonctions  $2\pi$ -périodiques.

Dans le présent travail, nous ne considérerons que des champs de vitesse virtuelle constants par morceaux ainsi seule  $\pi(\underline{x}, \underline{\hat{J}}(\underline{x}))$  est présentée ici (pour une discussion détaillée sur ces fonctions d'appui voir [Salençon \(2002\)](#)). On peut noter que le saut de vitesse étant complètement défini grâce à sa norme  $\hat{J}$  et son orientation  $\eta$  et que cette fonction d'appui étant linéaire par rapport à  $\hat{J}$ , on peut simplifier son écriture :

$$\pi(\underline{x}, \underline{\hat{J}}(\underline{x})) = \pi(\underline{x}, \eta, \hat{J}) = \hat{J}\pi(\underline{x}, \eta, 1) = \hat{J}\pi(\underline{x}, \eta) \quad (1.17)$$

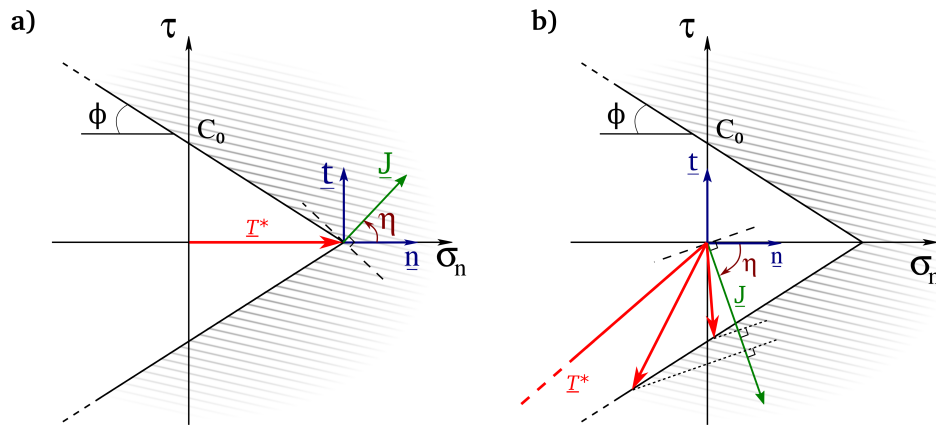
Cette fonction qui est associée à un point d'un plan de rupture ou d'une interface dont les deux cotés sont en mouvement l'un par rapport à l'autre, fournit **une borne supérieure de l'énergie dissipée** par cette discontinuité en ce point lors de la ruine.

Cette fonction **ne dépend que du domaine de résistance du plan de rupture et du saut de vitesse  $\hat{J}$**  entre les deux domaines séparés par ce plan ([Salençon, 2002](#)). Tant que le domaine de résistance est convexe, il existe au moins un vecteur contrainte,  $\underline{T}^*$ , tel que  $\pi(\eta, J) = \underline{T}^* \cdot \hat{J}$ . On peut montrer que lorsqu'il existe un point de l'enveloppe du critère de rupture pour lequel le saut de vitesse  $\hat{J}$  est perpendiculaire à la tangente de l'enveloppe du critère, ce vecteur  $\underline{T}^*$  correspond au vecteur contrainte défini par ce point. Pour le cas particulier où l'enveloppe présente un coin et que la tangente n'est pas définie, un vecteur  $\underline{T}^*$  peut tout de même être défini (voir la Figure 1.3a). Par contre dans le cas des critères infinis où qu'un tel point peut ne pas exister (voir la Figure 1.3b respectivement) la fonction d'appui sera infinie. Ainsi, le vecteur contrainte optimal  $\underline{T}^*$  peut être déterminé assez simplement de manière graphique en représentant  $\hat{J}$  et le critère de rupture dans le même repère (voir Figure 1.3). La démonstration de cette construction graphique n'est pas présentée ici, mais dans le cas des deux critères présentés dans la Figure 1.1 et en deux dimensions, cette démonstration est aisée ([Kampfer, 2010](#)).

La fonction d'appui,  $\pi_f$  associée au domaine de résistance de Coulomb (Figure 1.1a) est (e.g., [Salençon, 2002](#); [Maillot et Leroy, 2006](#)) :

$$\begin{cases} \text{cas 1 :} & 0 \leq \eta < \pi/2 - \phi \\ \text{cas 1' :} & -\pi/2 + \phi < \eta \leq 0 \\ \text{cas 2 \& 2' :} & \eta = \pm(\pi/2 - \phi) \\ \text{cas 3 :} & \pi/2 - \phi < \eta \leq \pi \\ \text{cas 3' :} & -\pi \leq \eta < -\pi/2 + \phi \end{cases}, \quad \pi_f(\eta, J) = \begin{cases} JC_0 \cotan(\phi) \cos(\eta), \\ JC_0 \cos \phi, \\ +\infty. \end{cases} \quad (1.18)$$

Cette fonction est représentée à la Figure 1.4 en trait pointillé. On note qu'entre  $-\pi/2 + \phi$  et  $\pi/2 - \phi$ , cette fonction est continue, paire et présente un maximum en 0.



**FIGURE 1.3** – Détermination graphique du vecteur contrainte optimal  $\underline{T}^*$  dans le cas du critère de Coulomb pour deux valeurs de  $\eta$  :  $|\eta| \leq \pi/2 - \phi$  (a) et  $|\eta| > \pi/2 - \phi$  (b). Dans le deuxième cas, comme il n'existe pas de point pour lequel  $\hat{J}$  est perpendiculaire à l'enveloppe du critère et que  $\underline{T}$  peut tendre vers l'infini,  $\underline{T}^*$  sera infini.

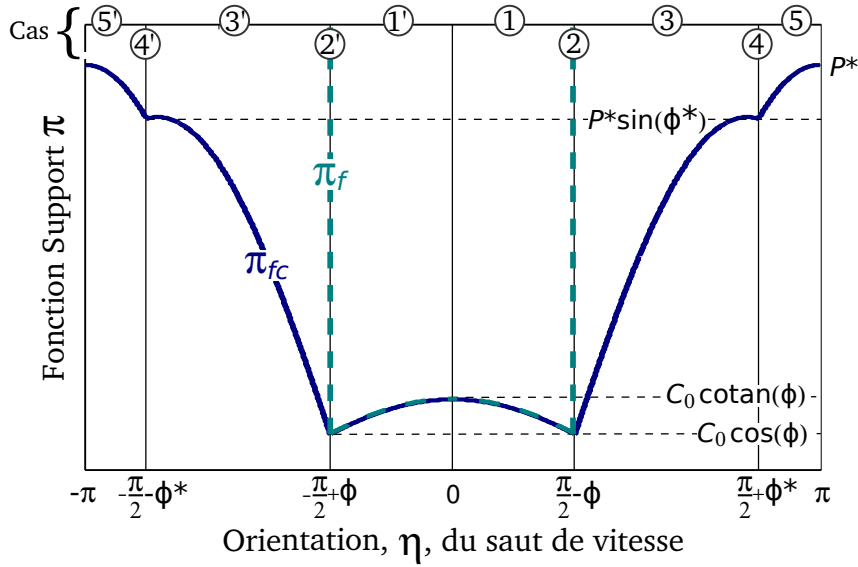


FIGURE 1.4 – Fonctions d'appui  $\pi_c$  et  $\pi_{fc}$  pour  $\eta \in \llbracket -\pi; \pi \rrbracket$  et des valeurs quelconques de  $C_0$ ,  $\phi$ ,  $\phi^*$  et  $P^*$ .

Lorsque  $|\eta| > \pi/2 - \phi$ , la fonction d'appui est infinie ce qui conduit inévitablement à une borne supérieure de  $Q$  infinie qui est inutile pour la recherche du plus petit majorant. Ainsi, dans le cas de matériaux purement frictionnels seuls les champs de vitesse présentant des sauts de vitesse dans les cas 1, 1', 2 ou 2', définis dans l'équation 1.18 et la Figure 1.2, sont pertinents au sens du calcul à la rupture. Cette restriction angulaire exclut un saut de vitesse tangentiel à la discontinuité ( $\eta = \pm\pi/2$ ). Le champ virtuel est donc dilatant. Cette dilatance a conduit à de longs débats dans la littérature lorsque le calcul à la rupture était vu comme une résolution de problème en plasticité parfaite (sans notions d'écroutissage). Nous ne chercherons pas à rentrer dans un tel débat et retiendrons simplement que cette dilatance est *virtuelle*. Il faut chercher une interprétation physique au mécanisme de ruine sans aller au delà des contraintes liées à la dualisation du problème (passage de l'espace des vitesses à celui des efforts).

Nous allons également utiliser la fonction d'appui,  $\pi_{fc}$  associée au domaine de résistance de Coulomb avec fermeture en compaction (Figure 1.1b). Celui-ci est défini de la façon suivante (Maillot et Leroy, 2006; Kampfer et Leroy, 2009) :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{cas 1 :} & 0 \leq \eta < \pi/2 - \phi \\ \text{cas 1' :} & -\pi/2 + \phi < \eta \leq 0 \end{array} \right. , \quad \pi_{fc}(\eta, J) = JC_0 \cotan(\phi) \cos(\eta) ,$$

$$\text{cas 2 \& 2' :} \quad \eta = \pm(\pi/2 - \phi) \quad , \quad \pi_{fc}(\eta, J) = JC_0 \cos(\phi) ,$$

$$\text{cas 3 :} \quad \pi/2 - \phi < \eta < \pi/2 + \phi^* , \quad \pi_{fc}(\eta, J) = J(\bar{\sigma}_n \cos(\eta) + \bar{\tau} \sin(\eta)) ,$$

$$\text{cas 3' :} \quad -\pi/2 - \phi^* < \eta < -\pi/2 + \phi , \quad \pi_{fc}(\eta, J) = J(\bar{\sigma}_n \cos(\eta) - \bar{\tau} \sin(\eta)) ,$$

$$\text{cas 4 \& 4' :} \quad \eta = \pm(\pi/2 + \phi^*) \quad , \quad \pi_{fc}(\eta, J) = JP^* \sin(\phi^*) ,$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{cas 5 :} & \pi/2 + \phi^* < \eta \leq \pi \\ \text{cas 5' :} & -\pi \leq \eta < -\pi/2 - \phi^* \end{array} \right. , \quad \pi_{fc}(\eta, J) = JP^* \cos(\eta) , \quad (1.19)$$

$$\text{où } \bar{\sigma}_n = \frac{C_0 - P^* \tan(\phi^*)}{\tan(\phi^*) + \tan(\phi)} \text{ et } \bar{\tau} = \frac{(C_0 - P^* \tan(\phi)) \tan(\phi^*)}{\tan(\phi^*) + \tan(\phi)} .$$

Cette fonction est représentée à la Figure 1.4 en trait plein. On remarque que contrairement au cas précédent, cette fonction ne présente pas de restriction sur l'orientation du saut de vitesse (Figure 1.4). Elle présente quatre minima locaux en  $|\pi/2 - \phi|$  et  $|\pi/2 + \phi^*|$ .

#### Le mécanisme de ruine

Un champ de vitesse virtuelle est défini par un certain nombre de discontinuités et par le sens de glissement sur ces discontinuités. Cet ensemble d'informations définit ce que nous allons appeler un **mécanisme de ruine**.

**En pratique**, pour tout champ de vitesse virtuelle,  $\hat{V}$ , on détermine le majorant  $Q_u$  du chargement  $Q$ . Le champs de vitesse virtuelle,  $\hat{V}_{lu}$ , correspondant au plus petit des majorants,  $Q_{lu}$ , **donne le mécanisme de ruine et  $Q_{lu}$  constitue une borne supérieure du chargement  $Q^*$  pour lequel il y a rupture**. Il faut noter que  $\hat{V}_{lu}$  n'est pas obligatoirement le champ de vitesse observé, mais que les discontinuités de vitesse qu'il définit caractérise le mécanisme de ruine. Plus le nombre de champs de vitesse exploré est grand, plus  $Q_{lu}$  a de chance de tendre vers  $Q^*$ .

### 1.3 Exemple de la compression triaxiale d'un échantillon cylindrique

#### 1.3.1 Échantillon, chargement et conditions aux limites

Nous allons nous intéresser aux modes de rupture d'un matériau poreux, frictionnel (angle de friction  $\phi$ ), cohésif (cohésion  $C_0$ ), compactant et homogène lors d'essais triaxiaux. Le domaine de résistance de ce matériaux est celui présenté en Figure 1.1b et est décrit par les critères de rupture (1.3) et (1.8). L'échantillon considéré est cylindrique de rayon  $R$  et de hauteur  $H$  (Figure 1.5a) et sa base est fixée (déplacement impossible, Figure 1.5c). Dans ce problème, la gravité est négligée.

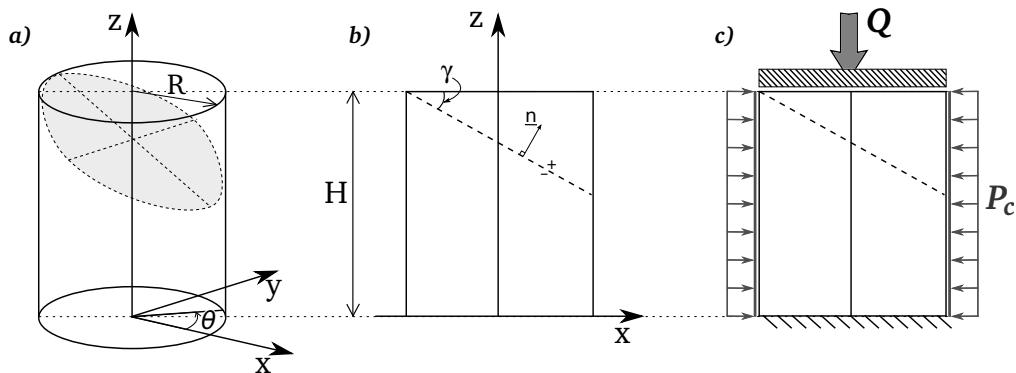


FIGURE 1.5 – (a) et (b), géométrie de l'échantillon et du plan de rupture et (c) description des conditions aux limites et chargement appliqués.

Cet échantillon est soumis au chargement suivant (Figure 1.5c) :

- une pression de confinement  $P_c$  sur la face latérale ;
- une force  $-Q\mathbf{e}_z$  sur la surface supérieure de l'échantillon, qui traduit une distribution de force homogène de densité  $-q\mathbf{e}_z$  telle que  $0 \leq Q = \int q dS$ .

On ne va considérer que des situations où l'échantillon subit une compression uniaxiale, ainsi la condition suivante doit être vérifiée :  $q \geq P_c$ . Enfin, en faisant l'hypothèse que le champ de contrainte est constant en tout point de l'échantillon et vu les conditions aux limites, il sera de la forme suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} -P_c & 0 & 0 \\ 0 & -P_c & 0 \\ 0 & 0 & -q \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

Un tel champ de contrainte vérifie bien le système d'équation (1.22), il est donc *SA*. Par la suite, seuls les champs de contrainte de cette forme seront considérés.

Enfin, afin que ce champ de contrainte appartienne au domaine de résistance, les deux conditions suivantes devront être vérifiées :

$$\begin{cases} -P_c - C_0 \cotan(\phi) \leq 0 & (\text{critère de Coulomb, équation (1.3)}) \\ P_c - P^* \leq 0 & (\text{critère en compaction, équation (1.8)}) \end{cases} \quad (1.21)$$

De nombreuses études expérimentales (e.g., *Baud et Klein, 2004*; *Fortin et al., 2009*) ont montré qu'un tel échantillon soumis à un tel chargement présentera un mode de rupture qui dépend de l'intensité de la pression de confinement,  $P_c$ . Pour de faible pression, des bandes de cisaillement seront observées alors que pour des pressions de confinement plus élevées, il y aura formation de bande de compaction plus ou moins localisées.

### 1.3.2 Détermination de la borne inférieure par l'approche statique

Dans le cas qui nous intéresse maintenant, le système d'équation (1.9), que doit vérifier un champ de contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$  afin d'être *SA*, se réduit à :

$$\begin{cases} \text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) = \underline{\underline{0}}, & \forall \mathbf{x} \in \Omega_t, \\ \underline{\underline{T}} = -P_c \mathbf{e}_r, & \forall r = R, \\ \underline{\underline{T}} = -q \mathbf{e}_z, & \forall z = H. \end{cases} \quad (1.22)$$

où  $r = x \cos(\theta) + y \sin(\theta)$  et  $\mathbf{e}_r = \cos(\theta)\mathbf{e}_x + \sin(\theta)\mathbf{e}_y$  avec  $\theta \in [0; \pi/2]$ .

#### Champs de contrainte considérés

Nous allons utiliser la représentation de Mohr (voir Annexe A). Dans un plan  $\{\sigma_n, \tau\}$  la contrainte en un point est représentée par un cercle appelé cercle de Mohr qui dépend des contraintes principales. Il y a rupture dès que ce cercle est tangent au critère de rupture et l'orientation du plan de rupture dépend du point du cercle où le critère de rupture est tangent au cercle.

Comme  $\underline{\underline{\sigma}}$  est homogène au sein de l'échantillon, tout le champ de contrainte est caractérisé par un seul cercle de Mohr. Pour  $P_c$  fixé, le cercle de Mohr ne dépend que de  $q$ . Sur la Figure 1.6a sont représentés deux cercles caractérisant deux champs de contraintes différents correspondant à une valeur de  $P_c$  donnée et à deux valeurs de  $q$  différentes.





**$P_c > P_{trans}$  : Rupture en compaction**

De la Figure 1.6b ,on déduit :  $2\beta^C = \frac{\pi}{2} + \phi^*$  et donc l'orientation du plan de rupture :

$$\gamma^C = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi^*}{2}. \quad (1.25)$$

Pour la valeur de  $q_l$ , en se plaçant dans le triangle  $OA'B'$  on a  $\sin(\phi^*) = \frac{OB'}{OA'}$  où  $OB' = D$  et  $OA' = P^* + p$ . D'où

$$q_l^C = \frac{2P^* \sin(\phi^*) + P_c(1 - \sin(\phi^*))}{1 + \sin(\phi^*)}. \quad (1.26)$$

**$P_c = P_{trans}$  : Mode mixte**

Dans ce cas là (Figure 1.6c), la rupture par compaction selon un plan orienté par  $\gamma^C$  est tout aussi possible qu'une rupture par cisaillement selon un plan orienté à  $\gamma^S$  car le cercle de Mohr est tangent aux deux critères de rupture. Par contre nous pouvons déterminer la valeur de la pression de confinement pour laquelle les deux modes sont possibles. Dans le triangle  $OAB$  la relation suivante doit être vérifiée :  $\sin(\phi) = \frac{OB}{OA}$  où  $OB = D$  et  $OA = C_0 \cotan(\phi) - p$ . De plus, le triangle  $OA'B'$  nous donne une autre relation :  $\sin(\phi^*) = \frac{OB'}{OA'}$  où  $OB' = D$  et  $OA' = P^* + p$ . On a donc un système à deux inconnues ( $P_c$  et  $q$ ) :

$$\begin{cases} \sin \phi = \frac{q - P_c}{2C_0 \cotan(\phi) + q + P_c} \\ \sin \phi^* = \frac{q - P_c}{2P^* - q - P_c} \end{cases} \quad (1.27)$$

qui se résout aisément :

$$\begin{cases} q_{ltrans} = \frac{P^* \sin \phi^* (1 + \sin \phi) + C_0 \cos \phi (1 - \sin \phi^*)}{\sin \phi + \sin \phi^*} \\ P_{trans} = \frac{P^* \sin \phi^* (1 - \sin \phi) - C_0 \cos \phi (1 + \sin \phi^*)}{\sin \phi + \sin \phi^*} \end{cases} \quad (1.28)$$

### 1.3.3 Détermination de la borne supérieure par l'approche cinématique

#### Champs de vitesses considérés

L'approche externe de l'analyse limite est basée sur l'utilisation de champs de vitesse virtuelle. En considérant un grand nombre de mécanismes de ruine et de champs de vitesse virtuelle associés, et en cherchant celui conduisant au majorant  $Q_u$  le plus petit possible on obtient un mécanisme se rapprochant le plus du mécanisme de ruine réel (voir partie 1.2.2). Ici, nous n'allons envisager que des modes de rupture faisant intervenir un plan de rupture dont un point appartient à la surface supérieure (Figures 1.7a et b). Ce plan est défini par un seul paramètre : l'angle  $\gamma$ . Le bloc du bas ne bouge pas tandis que le bloc du haut a une vitesse  $\hat{V}$  qui est orientée par un angle  $\eta$  par rapport à la normale  $\underline{n}$  du plan de rupture (Figure 1.7b).

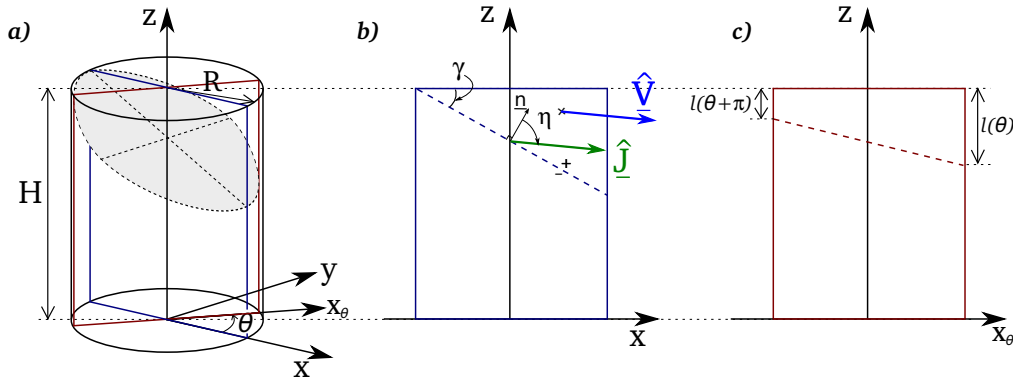


FIGURE 1.7 – (a) Géométrie de l'échantillon et deux coupes verticales dans les directions  $x$ , (b),  $x_\theta$ , (c). Les plans de coupes sont représentés en (a). Le champ de vitesse qui appartient au plan  $xOz$ , est représenté en (b) ainsi que le saut de vitesse associé. Le paramètre  $l(\theta)$  est défini en (c)

### La borne supérieure $Q_u$ de la force $Q$ associée à $\{\hat{V}\}$

Le point de départ pour déterminer  $Q_u$  est le **principe des puissances virtuelles**. Commençons par exprimer la **puissance externe**. Les puissances entrant en jeu sont celles de la force appliquée  $Q = q\pi R^2$  et de la pression de confinement :

$$\mathcal{P}_{\text{ext}}(\hat{V}) = -Q \cos(\gamma - \eta) \hat{V} - \int_{\partial\Omega_u} P_c \underline{n} \cdot \hat{V} dS \quad (1.29)$$

En se plaçant en coordonnées polaires, on peut calculer la surface externe du bloc supérieur soumise à  $P_c$  (cf Fig 1.7c,  $l(\theta) = (\cos \theta + 1)R \tan \gamma$ ). Et finalement, on peut réécrire :

$$\mathcal{P}_{\text{ext}}(\hat{V}) = -Q \cos(\gamma - \eta) \hat{V} - P_c \pi R^2 \sin(\gamma - \eta) \tan \gamma \hat{V}. \quad (1.30)$$

La deuxième étape consiste à déterminer la **puissance résistante maximale** qui majore la puissance interne. Ici, elle n'est due qu'à la discontinuité de vitesse pour lequel le saut de vitesse  $\hat{J}$  a pour norme  $\hat{V}$  et est orienté de  $\eta$  par rapport à la normale (Figure 1.5b). Elle vaut :

$$\mathcal{P}_{\text{rm}}(\hat{V}) = \int_{\Sigma_U} \pi_{fc}(\hat{V}, \eta) dS = \pi_{fc}(\eta) \hat{V} \frac{\pi R^2}{\cos \gamma} \quad (1.31)$$

On en déduit donc un majorant de la force :

$$\frac{Q}{\pi R^2} = q \leq q_u = \frac{Q_u}{\pi R^2} = \frac{-\pi_{fc}(\eta)}{\cos \gamma \cos(\gamma - \eta)} + P_c \tan \gamma \tan(\eta - \gamma) \quad (1.32)$$

### Recherche du plus petit des majorants $Q_{lu}$ et des modes de rupture associés

La dernière étape de cette approche est la détermination de  $Q_{lu}$ , la plus petite des bornes supérieures  $Q_u$ , ainsi que du champ de vitesse associé. On cherche donc le champ

de vitesse virtuelle qui conduit à la plus petite force  $Q_u$  ou  $q_u$ . Pour cela, on optimise les paramètres qui définissent le champ de vitesse ( $\gamma$  et  $\eta$ ) pour obtenir le plus petit majorant  $Q_{lu}$  ou  $q_{lu}$ . Ici, la minimisation va se faire en deux étapes :

1. Pour un  $\gamma$  fixé, on minimise  $q_u$  par rapport à  $\eta$  ;
2. Pour la valeur de  $\eta$  déterminée dans la première étape on minimise  $q_u$  par rapport à  $\gamma$ .

La minimisation, qui est détaillée en annexe B, montre que la valeur de la borne supérieure ainsi que le mode de rupture dépend de la pression de confinement  $P_c$ . On observe deux cas suivant que  $P_c$  soit inférieure ou supérieure à

$$P_{trans} = \frac{P^* \sin \phi^* (1 - \sin \phi) - C_0 \cos \phi (1 + \sin \phi^*)}{\sin \phi + \sin \phi^*}. \quad (1.33)$$

Les différents cas de figure sont les suivants :

#### $P_c < P_{trans}$ : Rupture cisailante

Dans ce cas, les deux angles définissant le champ de vitesse optimaux sont :  $\eta = -\frac{\pi}{2} + \phi$  et  $\gamma = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$ , et la valeur de la borne supérieure est

$$q_{lu}^S = P_c + P_c \frac{2 \sin \phi}{1 - \sin \phi} + 2C_0 \frac{\cos \phi}{1 - \sin \phi}. \quad (1.34)$$

#### $P_c > P_{trans}$ : Rupture compactante

Dans ce cas, on trouve que  $\eta = -\frac{\pi}{2} - \phi^*$  et  $\gamma = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi^*}{2}$  et

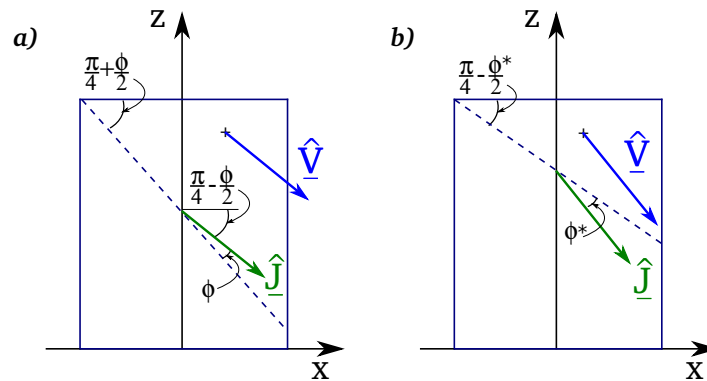
$$q_{lu}^C = P_c - (P_c - P^*) \frac{2 \sin \phi^*}{1 + \sin \phi^*}. \quad (1.35)$$

Les orientations du plan de rupture et de la vitesse du bloc supérieur correspondant au mode de rupture cisailant et compactant sont illustrées en Figure 1.8a et 1.8b respectivement.

Dans le cas où  $P_c = P_{trans}$ , les deux mécanismes décrits précédemment conduisent à la même borne supérieure. Ainsi, l'apparition des deux mécanismes de ruine est possible.

### 1.3.4 Comparaison des deux approches

Les deux approches nous donnent les mêmes bornes quelle que soit la pression de confinement ainsi que la même orientation pour le plan de rupture. L'égalité entre les deux bornes prouve que la force trouvée est la bonne. De plus, on retrouve bien le comportement général observé dans les études expérimentales (e.g, [Baud et Klein, 2004](#); [Fortin et al., 2009](#)). On peut aussi comparer la pression de confinement à la transition aux résultats de [Fortin et al. \(2009\)](#) par exemple. Ils observent pour du grès de Bleurswiller (Vosges) caractérisé par  $\phi \sim 36^\circ$ ,  $\phi^* \sim 26^\circ$ ,  $C_0 \sim 5$  MPa et  $P^* \sim 125$  MPa, une transition pour  $P_{trans}$  entre environ 20 et 40 MPa. Si l'on injecte ces valeurs dans l'équation (1.33) on obtient




---

FIGURE 1.8 – Illustration des mécanismes de rupture et champs de vitesse associé au plus petit des majorants de la force  $Q$  dans le cas d’une rupture cisailante (a) et d’une rupture compactante (b).

---

$P_{trans} = 16 \text{ MPa}$  ce qui est du même ordre de grandeur que la transition observée par ces auteurs. L’écart pouvant être dû à plusieurs facteurs : les incertitudes expérimentales dans la détermination des différentes grandeurs ou bien le fait que ce grès présente des hétérogénéités très marquées.

## 1.4 Conclusion

**Le calcul à la rupture** présenté ici, qui va être le point central de tout le travail théorique de cette thèse, est particulièrement intéressant car c’est une méthode simple à mettre en œuvre qui nous donne accès à :

- un encadrement de la force à appliquer à la rupture du système considéré (borne inférieure et supérieure) ;
- le mécanisme de rupture (plans de rupture et mode de ruine sur ces plans).

De plus il ne nécessite la connaissance d’une seule chose, à savoir le critère de rupture du matériau composant le système, afin de le mettre en œuvre. Ceci est très avantageux, notamment en géologie où par exemple la connaissance des lois de comportement des matériaux est incertaine.

# Prise en compte de la pression de pore dans l'approche cinématique

---

L'OBJECTIF DE CE CHAPITRE est d'étendre l'approche cinématique du calcul à la rupture présentée au chapitre précédent aux milieux poreux saturés. Cet aspect est de grande importance sachant que la présence de surpression de fluide peut avoir un fort effet sur le comportement mécanique des roches et des sols ([Guéguen et Boutéca, 2004](#)) et donc sur la formation des structures géologiques même à très grande échelle ([Hubbert et Rubey, 1959](#)). Il l'est d'autant plus pour l'étude des prismes d'accrétions, qui sont principalement des systèmes sous-marins.

PEU NOMBREUX sont les travaux intégrant l'effet des pressions de pore dans le calcul à la rupture. Les travaux les plus proches de la formulation utilisée sont ceux de [Corfdir \(2004\)](#). Dans le présent travail, l'accent est mis sur la présence d'éventuelles failles héritées qui pourraient avoir des propriétés mécaniques différentes de la roche environnante.

DANS CE CHAPITRE, après avoir introduit le concept de contrainte effective pour les milieux saturés ([Terzaghi, 1923](#)), le concept de *Théorème Effectif des Puissances Virtuelles* ([Pons et Leroy, 2012](#)) ainsi que son impact sur l'approche cinématique du calcul à la rupture seront introduits. Enfin, l'exemple classique du prisme critique de Dahlen ([Dahlen, 1984](#)) sera traité grâce à cette théorie.

LE CONTENU DE CE CHAPITRE est traité dans l'article suivant : [Pons A.](#) et Leroy Y.M. (2012), **Stability of accretionary wedges based on the maximum strength theorem for fluid-saturated porous media**, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 60 (4), 643-664, doi :10.1016/j.jmps.2011.12.011.

---

## Sommaire

---

2.1	Pression de pore dans les milieux poreux et contrainte effective . . . . .	<b>33</b>
2.1.1	<i>Description des milieux poreux saturés</i> . . . . .	33
2.1.2	<i>Contrainte totale et contrainte effective</i> . . . . .	33
2.2	Théorème des puissances virtuelles et théorème de la résistance maximale en terme de contrainte effective . . . . .	<b>34</b>
2.3	Mise en œuvre sur l'exemple du prisme critique de Dahlen . . . . .	<b>36</b>
2.3.1	<i>Le prototype et les mécanismes de ruine</i> . . . . .	36
2.3.2	<i>Dérivation et optimisation de la borne supérieure</i> . . . . .	39
2.3.3	<i>Comparaison avec la théorie du prisme critique</i> . . . . .	44
2.3.4	<i>Influence du butoir sur le mode de déformation dominant</i> . . . . .	46
2.4	Conclusion . . . . .	<b>47</b>

---

## 2.1 Pression de pore dans les milieux poreux et contrainte effective

### 2.1.1 Description des milieux poreux saturés

Les milieux poreux saturés sont des systèmes très hétérogènes à l'échelle microscopique, constitués de matériaux solides et d'une ou plusieurs phases fluides. L'application de la notion de contraintes, concept associé aux milieux continus, implique que l'on idéalise le milieu. En chaque point du système sont définis un certain nombre de quantités représentatives de la combinaison fluide/solide (masse volumique globale  $\rho$ , contrainte totale  $\underline{\underline{\sigma}}$ , ...) mais aussi toutes les variables propres au fluide ou au solide : masse volumique du fluide  $\rho_f$ , du solide  $\rho_s$  ... En faisant de la sorte, **la structure microscopique est complètement oubliée et toutes les grandeurs considérées représentent des moyennes sur un élément de volume représentatif** dont la taille est définie par une échelle d'homogénéisation associée au phénomène étudié.

Dans ce travail, nous ne considérerons que des systèmes saturés à deux phases : une phase solide et une phase fluide.

### 2.1.2 Contrainte totale et contrainte effective

Dans un milieu poreux saturé, **la contrainte totale** appliquée au milieu est caractérisée par le tenseur  $\underline{\underline{\sigma}}$  et est supportée bien sûr par le squelette solide mais aussi par le fluide présent dans le volume de pore. Ainsi cette contrainte totale est la somme de deux termes :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}_s + \underline{\underline{\sigma}}_f \quad (2.1)$$

où  $\underline{\underline{\sigma}}_s$  est la contrainte transmise au travers du squelette solide qui dépend principalement de la surface de contact entre les grains et  $\underline{\underline{\sigma}}_f$  la contrainte fluide qui dépend de la porosité et de la pression de pore  $p$ .

La résistance d'un milieu poreux dépend de manière complexe de  $\underline{\underline{\sigma}}_s$  et de  $\underline{\underline{\sigma}}_f$  (*Mandl, 1988*). En 1923, Terzaghi, dans son développement de la théorie de la consolidation (*Terzaghi, 1923*), introduit le concept de **contrainte effective** pour définir la résistance des sols. Ainsi, les domaines de résistance restent les mêmes dans les cas non-saturés et saturés mais sont exprimés dans le premier cas en terme de contrainte totale et dans le second en terme de contrainte effective. Cette contrainte effective, notée  $\underline{\underline{\sigma}}'$ , est définie par <sup>1</sup> :

$$\underline{\underline{\sigma}}' = \underline{\underline{\sigma}} + p\underline{\underline{\delta}}, \quad (2.2)$$

où  $\underline{\underline{\delta}}$  est le tenseur identité et  $p$  la pression de pore.

Depuis son introduction, elle a été largement vérifiée et utilisée pour définir la résistance des sols au cisaillement. De manière plus générale, elle contrôle également les déformations des milieux poreux saturés, ainsi que le comportement des failles remplies de fluide interstitiel. La définition de cette contrainte effective a été un sujet de controverse (e.g., *Hubbert et Rubey, 1959; Jaeger et Cook, 1988*) du fait que malgré les difficultés pour démontrer sa validité dès que l'on ne considère plus des grains incompressibles

1. Suivant la convention de signe pour les contraintes, le signe devant  $p\underline{\underline{\delta}}$  varie. Nous rappelons que dans ce travail les contraintes sont négatives en compression.



(*Skempton, 1960*), les nombreux tests et expériences menés sur des sols ou roches saturées ont montré que **la contrainte effective, sous sa forme classique** (équation (2.2)), **contrôlait la résistance au cisaillement des matériaux granulaires, mais également ceux montrant des contacts inter-granulaires non ponctuels et même ceux ne présentant aucune structure granulaire** (*Mandl, 1988*). D'autres définitions de la contrainte effective ont été données notamment dans le cadre de la poroélasticité développée par *Biot (1941)*.

Dans ce qui suit, nous utiliserons la définition de la contrainte effective donnée par Terzaghi.

## 2.2 Théorème des puissances virtuelles et théorème de la résistance maximale en terme de contrainte effective

La puissance virtuelle interne (équation (1.12)) introduite dans le principe des puissances virtuelles est exprimée en fonction de la contrainte totale  $\underline{\underline{\sigma}}$ . En effet cette égalité (équation (1.10)) dérive de l'équilibre des forces qui est exprimé pour le milieu poreux saturé et donc en terme de forces s'appliquant sur le squelette solide et la phase liquide. Or dans le cas d'un milieu saturé, le domaine de résistance et donc la résistance maximale du système (équation (1.13)) doivent être exprimés en terme de contrainte effective.

Le point de départ est de remplacer le tenseur des contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$  par son expression en terme de contrainte effective définie dans l'équation (2.2). Le premier terme correspondant à la puissance due à la déformation diffuse devient simplement la somme de  $\underline{\underline{\sigma}}' : \hat{\underline{\underline{d}}}$  et de  $-p \operatorname{div}(\hat{\underline{\underline{V}}})$ . Le deuxième terme qui traduit la puissance dissipée sur les discontinuités demande un peu plus de précautions car les discontinuités peuvent présenter une pression de fluide différente de celle de la roche environnante<sup>2</sup>. Les failles sont vues comme deux discontinuités parallèles séparées d'une distance  $\varepsilon$  qui est petite devant la taille caractéristique de la faille,  $L_c$  (voir Figure 2.1). L'équilibre implique la continuité de la contrainte totale pour chacune des discontinuités. Ceci implique

$$\underline{T}^+ - \underline{T}^\Sigma = \underline{T}^\Sigma + \underline{T}^- = 0 \quad (2.3)$$

où  $\underline{T}^\Sigma$  représente le vecteur contrainte sur la surface médiane de la faille orientée par  $\underline{n}$  (voir Figure 2.1).

La continuité de la contrainte totale n'implique pas la continuité de la contrainte effective dans le sens où il peut exister des discontinuités de pression entre la partie interne de la faille et la roche environnante. En terme de contrainte effective, les égalités (2.3) se traduisent par

$$\underline{T}'^+ - p^+ \underline{n} = -\underline{T}'^- - p^- \underline{n} = \underline{T}'^\Sigma - p^\Sigma \underline{n}, \quad (2.4)$$

où  $p^\Sigma$ ,  $p^+$  et  $p^-$  sont les pressions de fluide dans la faille et des côtés + et - de la faille, respectivement. Parmi les expressions de la contrainte données en (2.4), nous allons choisir la troisième pour remplacer le vecteur contrainte dans l'expression de la puissance

---

2. Les mécanismes de mise en place et l'évolution de telles discontinuités de pression ne sont pas l'objet de ce travail et ne seront pas discutées ici.

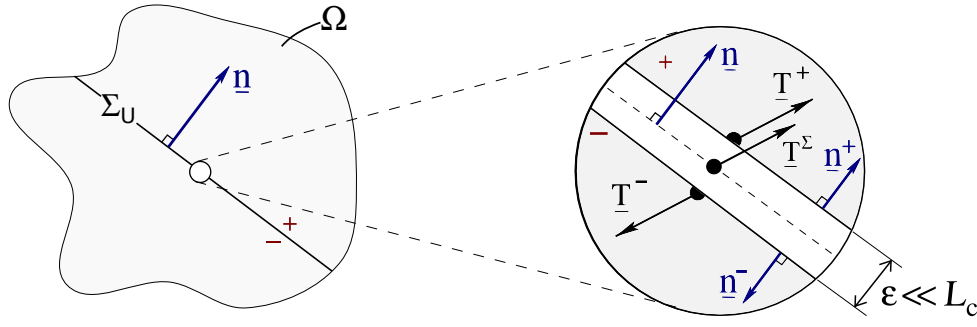


FIGURE 2.1 – Vecteurs contrainte mis en jeu dans l'équilibre d'une discontinuité,  $\Sigma_U$ , du domaine  $\Omega$ , dont l'épaisseur caractéristique  $\varepsilon$  est petite devant sa longueur caractéristique  $L_c$

virtuelle interne (équation (1.12)). Ces deux substitutions conduisent à la définition d'une **puissance virtuelle interne et effective** :

$$\mathcal{P}'_{\text{int}}(\hat{V}) = \int_{\Omega} \underline{\sigma}' : \hat{\underline{d}} dV + \int_{\Sigma_U} \underline{T}_{\Sigma} \cdot \hat{\underline{J}} dS, \quad (2.5)$$

De même, nous définissons une **puissance virtuelle externe et effective** qui est égale à la puissance virtuelle externe moins les deux termes mettant en jeux la pression de pore  $p$  après introduction de la contrainte effective dans  $\mathcal{P}'_{\text{int}}(\hat{V})$  :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}'_{\text{ext}}(\hat{V}) = \int_{\Omega_t} \rho \underline{g} \cdot \hat{\underline{V}} dV &+ \int_{\partial\Omega_t^T} \underline{T}^d \cdot \hat{\underline{V}} dS \\ &+ \int_{\Omega_t} p \operatorname{div}(\hat{\underline{V}}) dV + \int_{\Sigma_U} p_{\Sigma} \underline{n} \cdot [\hat{\underline{V}}] dS, \end{aligned} \quad (2.6)$$

Les théorèmes des puissances virtuelles et de la résistance maximale en terme de contrainte effective découlent directement de la définition de ces deux puissances. L'égalité des deux puissances virtuelles effectives donne **le théorème des puissances virtuelles effectif** :

$$\mathcal{P}'_{\text{ext}}(\hat{V}) = \mathcal{P}'_{\text{int}}(\hat{V}) \quad \forall \quad \hat{V} \in KA. \quad (2.7)$$

Et de la même manière que dans le chapitre précédent, la contrainte étant bornée par le critère de rupture, il est possible de calculer un majorant de la puissance virtuelle interne et effective que l'on nommera **puissance résistante maximale effective** et qui est définie par :

$$\mathcal{P}'_{\text{int}}(\hat{V}) \leq \mathcal{P}'_{\text{mr}}(\hat{V}) = \int_{\Omega_t} \pi(\hat{\underline{d}}) dV + \int_{\Sigma_U} \pi([\hat{\underline{V}}]) dS \quad (2.8)$$

La combinaison des équation (2.7) et (2.8) donne :

$$\mathcal{P}'_{\text{ext}}(\hat{V}) \leq \mathcal{P}'_{\text{mr}}(\hat{V}) \quad \forall \quad \hat{V} \in KA, \quad (2.9)$$

Cette dernière inégalité constitue le **théorème de la résistance maximale en terme de contrainte effective**. La mise en œuvre de ce théorème fait l'objet de la prochaine section.

## 2.3 Mise en œuvre sur l'exemple du prisme critique de Dahlen

Ce paragraphe a pour but d'un part d'illustrer la mise en œuvre du calcul à la rupture pour un milieu poreux saturé et d'autre part de comparer les résultats du calcul à la rupture avec prise en compte des pressions de fluide aux résultats de la théorie du prisme critique (*Dahlen, 1984*). La théorie du prisme critique s'applique à un prisme triangulaire de taille infinie, de pente topographique  $\alpha$  reposant sur un décollement de pendage  $\beta$  et dont les propriétés (angle de friction et coefficient de pression  $\lambda$ ) sont homogènes dans le prisme et dans le décollement. Cette théorie est un cas particulier des conditions d'application de notre approche, ainsi, la convergence des résultats nous assure la validité du formalisme mis en place.

### 2.3.1 Le prototype et les mécanismes de ruine

Nous allons étudier la rupture d'un **prisme triangulaire de taille finie** de pente topographique  $\alpha$  et dont le pendage du décollement vaut  $\beta$  (Figure 2.2a). L'arrière du prisme est défini par un butoir perpendiculaire au décollement, situé à une distance  $L$  du front du prisme et de hauteur  $H$ . Une force tectonique  $Q$  est appliquée sur ce butoir. Elle est orientée parallèlement au décollement. **Le champ de pression** dans ce prototype est caractérisé par **deux coefficients** de pression :  $\lambda$  dans le prisme et  $\lambda_D$  dans le décollement (la définition du coefficient de pression est donnée dans l'encadré page 6). Il existe donc une discontinuité de pression entre le corps du prisme et le décollement (voir Figure 2.2a). Les pressions sont notées  $p(\underline{x})$  et  $p_D(\underline{x})$  respectivement pour le corps du prisme et pour le décollement. La profondeur d'eau  $D(\underline{x})$  (voir Figure 2.2a) au dessus du point  $\underline{x}$  qui est nécessaire pour exprimer  $p(\underline{x})$  et  $p_D(\underline{x})$  vaut :

$$D(\underline{x}) = D_0 - x \tan(\alpha)$$

Ainsi, d'après la définition du coefficient de pression on peut écrire les expressions de  $p(\underline{x})$  et  $p_D(\underline{x})$  :

$$p(\underline{x}) = \rho_f g D(x) - \lambda \rho g (z + D(x)) \quad (2.10)$$

$$p_D(\underline{x}) = \rho_f g D(x) - \lambda_D \rho g (z_D + D(x)) \quad (2.11)$$

**Le critère de rupture** choisi pour décrire le prisme, les discontinuités qui pourraient se former est un **critère de Coulomb** non cohésif caractérisé par un angle de friction. Le corps du prisme, le décollement et la discontinuité entre le prisme et le butoir sont caractérisés par les angles de friction  $\varphi_B$ ,  $\varphi_D$  et  $\varphi_{BW}$ . Toute discontinuité située dans le corps du prisme sera caractérisée par la même friction que celui-ci bien qu'une friction différente pourrait être envisagée à la suite d'un adoucissement par exemple. Les différents angles de friction considérés ainsi que les valeurs des autres paramètres sont résumés dans le Tableau 2.1.

Afin de mettre en œuvre le calcul à la rupture nous devons considérer **le plus possible de mécanismes de ruine** qui sont définis par des champs de vitesses virtuels et des jeux de discontinuités. Nous allons considérer trois types de mécanismes qui sont illustrés par les Figures 2.2b, 2.2c et 2.2d. **Le premier** (Figure 2.2b) correspond au cas super-critique du

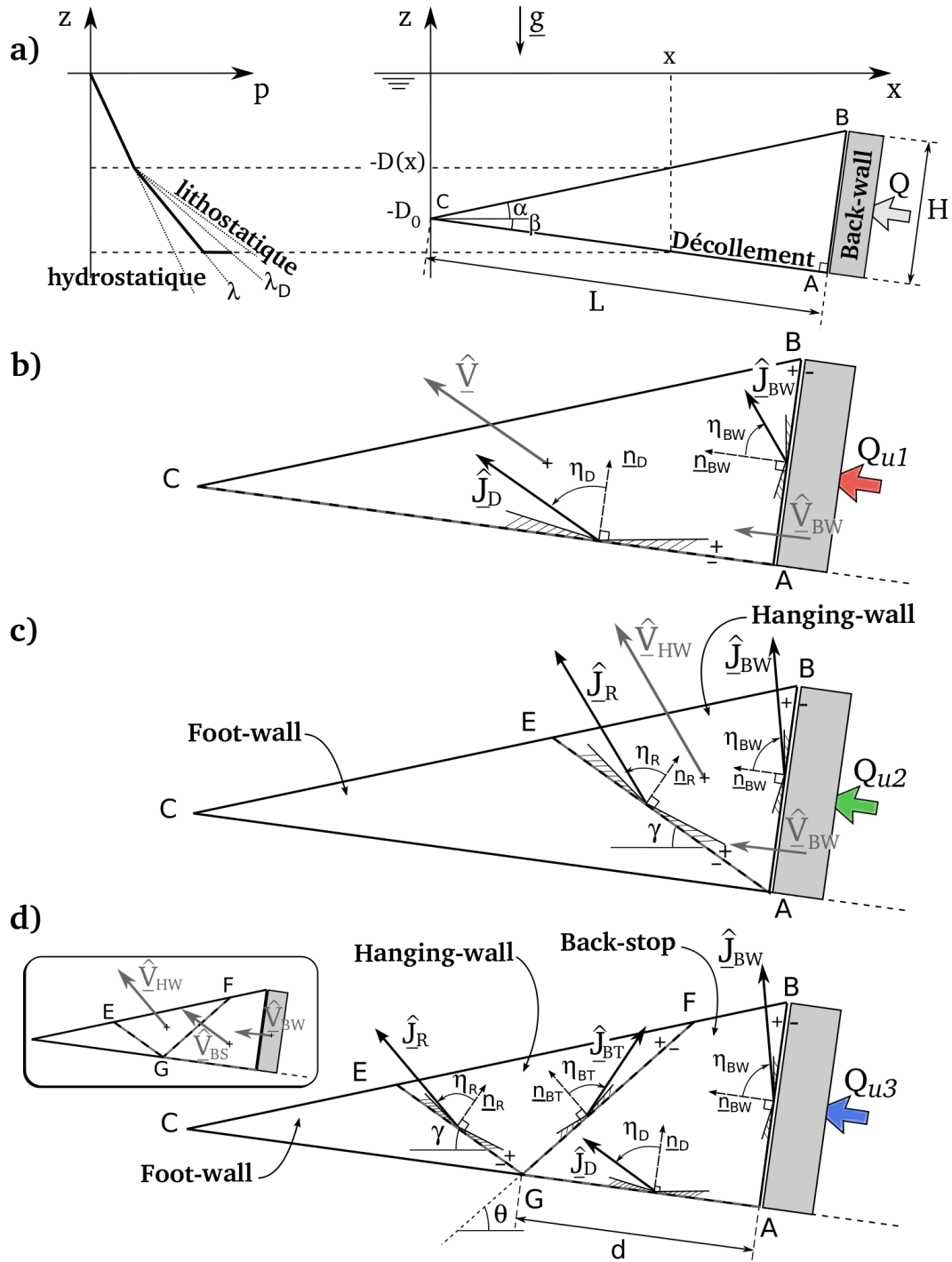


FIGURE 2.2 – (a) Géométrie du prisme et distribution de la pression de fluide en fonction de la profondeur. Cette pression de fluide est caractérisée par deux coefficient de pression :  $\lambda$  dans le prisme et  $\lambda_D$  dans le décollement. (b), (c) et (d) représentent les trois mécanismes de ruine considérés dans cette étude de stabilité. Ils sont décrits dans le corps du texte.

modèle de stabilité de Dahlen (voir l'encadré sur la théorie de Dahlen page 8) où le prisme glisse sur le décollement sans déformation interne. **Le second** (Figure 2.2c) qui quant à lui correspond au cas sous-critique du modèle de stabilité, met en jeu une seule faille allant de la base du butoir (point  $A$ ) à la surface du prisme (segment  $AE$ ). Le pendage de cette faille, noté  $\gamma$ , est un paramètre caractérisant ce mécanisme. Ce mécanisme n'est peut être pas très pertinent pour l'étude de prismes réels mais l'est pour des modélisateurs numériques ou analogiques qui doivent se soucier des conditions aux limites inévitablement dues à la présence du butoir. Ce mécanisme a d'ailleurs été observé expérimentalement par [Souloumié et al. \(2010\)](#). **Et le troisième** (Figure 2.2d) met en jeu deux discontinuités dans le prisme : une rampe (segment  $GE$ ) et un rétro-chevauchement (segment  $GF$ ) dont les pendages respectifs sont  $\gamma$  et  $\theta$ . La racine commune de ces deux discontinuités est notée  $G$  et se trouve à une distance  $d$  de l'arrière du prisme. La partie arrière du décollement de longueur  $d$  est activée et suivant la valeur de ce paramètre, ce mécanisme décrit une situation sous-critique (faible  $d$ ) ou super-critique ( $d = L$ ).

Paramètre	Définition	Valeur	Intervalle	Unité
$\alpha$	Pente de la surface	variable	0 – 8	deg
$\beta$	Pendage du décollement	3	-	deg
$L$	Longueur du décollement	50	-	km
$D_0$	Profondeur du front	6	-	km
$\varphi_R, \varphi_{BT}$	Angle de friction de la rampe et du rétro-chevauchement	25	-	deg
$\varphi_D$	Angle friction du décollement	15	-	deg
$\varphi_{BW}$	Angle de friction du butoir	25	0 – 25	deg
$C_a$	Toutes les cohésions ( $a = R, BT, BW$ ou $D$ )	0	-	Pa
$\rho_f$	Densité du fluide	1000	-	kg/m <sup>3</sup>
$\rho_s$	Densité de la matrice	2600	-	kg/m <sup>3</sup>
$\phi$	Porosité	30	-	%
$\rho$	Densité du milieux saturé	2120	-	kg/m <sup>3</sup>
$\lambda_{hydro}$	Coefficient de pression hydrostatique	0.47	-	-
$\lambda$	Coefficient de pression du prisme	0.6	0.47-1	-
$\lambda_D$	Coefficient de pression du décollement	0.6	0.47-1	-
$g$	Intensité de la gravité	9.81	-	m/s <sup>2</sup>

**TABEAU 2.1** – Paramètres géométriques décrivant le prototype et propriétés des matériaux le composant. Les troisième et quatrième colonnes correspondent aux valeurs ou intervalle de valeurs explorés pour chaque paramètre. Lorsqu'une information est donnée dans chacune de ces colonnes, ceci implique que la valeur de la troisième colonne est celle assignée lorsque ce paramètre reste constant.

Ces trois mécanismes sont décrits par des champs de vitesse virtuelle continus par morceaux comme dans le chapitre précédent. De plus, ils partagent une même vitesse pour le butoir, notée  $\hat{V}_{BW}$ . Elle est parallèle au décollement, est dirigée vers le front et son amplitude sera choisie comme référence de normalisation.

### 2.3.2 Dérivation et optimisation de la borne supérieure

La borne supérieure de la force  $Q$  associée à chacun de ces mécanismes est dérivée en fonction des différents paramètres du champ de vitesse virtuelle, à savoir les amplitudes et orientations des vitesses des différents blocs ainsi que  $\gamma$  pour le deuxième mécanisme ou  $\gamma$ ,  $\theta$  et  $d$  pour le troisième mécanisme. Pour chacun des ces trois mécanismes, une optimisation est faite sur ces paramètres afin de trouver les mécanisme et borne supérieure de la force optimaux. Et enfin, le mécanisme associé à la borne supérieure de la force la plus petite correspond au mécanisme de ruine.

#### Mécanisme 1 : décollement entièrement activé

Ce premier mécanisme, qui est illustré sur la Figure 2.2b, consiste en la translation du prisme entier sur le décollement à la vitesse  $\hat{V}$ . Cette vitesse est de norme  $\hat{V}$  et est orientée à  $\eta_D$  par rapport à la normale,  $\underline{n}_D$ , au décollement pointant vers l'intérieur du prisme (voir Figure 2.2b). Ce champ de vitesse induit deux sauts de vitesse :

- $\hat{J}_D$ , le saut de vitesse de part et d'autre du décollement qui est égal à  $\hat{V}$ ;
- $\hat{J}_{BW}$ , le saut de vitesse entre le prisme et le butoir qui est égal à  $\hat{V} - \hat{V}_{BW}$ . Ce saut est de norme  $\hat{J}_{BW}$  et est orienté à  $\eta_{BW}$  par rapport à la normale au butoir  $\underline{n}_{BW}$ .  $\eta_{BW}$  étant négatif, on introduit  $\nu_{BW} = -\eta_{BW}$ .

L'hodogramme associé à ce deuxième saut de vitesse est représenté dans la Figure 2.3a. La loi des sinus appliquée à ce triangle donne :

$$\frac{\hat{J}_{BW}}{\cos(\eta_D)} = \frac{\hat{V}}{\sin(\nu_{BW})} = \frac{-\hat{V}_{BW}}{\cos(\eta_D + \nu_{BW})}. \quad (2.12)$$

La construction de l'hodogramme représenté en Figure 2.3a implique quelques restrictions sur les angles car les angles internes de l'hodogramme doivent être positifs. De plus, la nature des matériaux et des discontinuités implique d'autres restrictions. En effet, comme cela a été expliqué dans le paragraphe traitant de la fonction d'appui (page 21), pour les matériaux frictionnels, l'orientation du saut par rapport à la normale de la discontinuité ne peut dépasser  $\pi/2 - \varphi$ . Toutes ces restrictions sont résumées par les inégalités suivantes :

$$\eta_D + \nu_{BW} > \frac{\pi}{2}, \quad \frac{\pi}{2} - \varphi_D \geq \eta_D \geq 0, \quad \frac{\pi}{2} - \varphi_{BW} \geq \nu_{BW} > 0. \quad (2.13)$$

Ces inégalités sont représentées graphiquement par la Figure 2.3b. La partie grisée de cette Figure correspond à l'ensemble des champs de vitesse virtuelle pertinents pour ce mécanisme<sup>3</sup>.

3. On peut noter qu'étant donné que le mécanisme ne présente que deux vitesses différentes ( $\hat{V}$  et  $\hat{V}_{BW}$ ) qui sont liés par le saut  $\hat{J}_{BW}$ , que l'orientation de  $\hat{V}_{BW}$  est connue et que sa norme sert de normalisation, le champ de vitesse est entièrement caractérisé par seulement deux paramètres. Nous choisissons ici les deux angles  $\eta_D$  et  $\nu_{BW}$

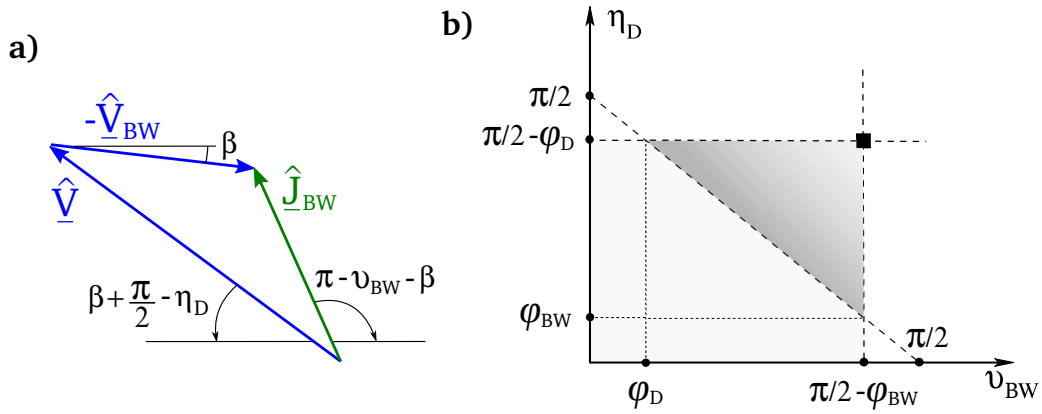


FIGURE 2.3 – (a) Hodogramme associé au saut de vitesse de part et d'autre de l'interface au niveau du butoir pour le premier mécanisme. et (b) représentation graphique des contraintes sur les angles  $\eta_D$  et  $\nu_{BW}$ . Le vecteur vitesse  $\hat{V}$  optimal est caractérisé par le point marqué par un carré noir.

Il nous faut maintenant écrire la puissance résistante maximale effective ainsi que la puissance virtuelle externe et effective. Le champ de vitesse étant continu par morceaux, les seules sources de dissipation sont les deux discontinuités. D'après l'expression de la fonction d'appui donnée par le système (1.18) on peut écrire la puissance résistante maximale effective<sup>4</sup> :

$$\mathcal{P}'_{\text{rm}}(\hat{V}) = C_D L \cotan(\varphi_D) \cos(\eta_D) \hat{V} + C_{BW} H \cotan(\varphi_{BW}) \cos(\nu_{BW}) \hat{J}_{BW}. \quad (2.14)$$

La puissance virtuelle externe et effective quant à elle est la somme de quatre termes : la puissance de la gravité, celle de la pression de pore dans les discontinuités, celle du poids de la colonne d'eau sur la topographie et enfin celle due à la force  $Q$ . Ceci nous donne :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}'_{\text{ext}}(\hat{V}) = & \int_{ABC} \rho g \hat{V} dV \\ & + \int_{AC} p_D(\underline{x}) \underline{n}_D \hat{V} dS + \int_{AB} p(\underline{x}) \underline{n}_{BW} \hat{J}_{BW} dS \\ & + \int_{BC} p(\underline{x}) (\sin(\alpha) \underline{e}_x - \cos(\alpha) \underline{e}_y) \hat{V} dS + Q \hat{V}_{BW}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Et après intégration on obtient :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}'_{\text{ext}}(\hat{V}) = & - \frac{1}{2} \rho g L H \cos(\eta_D - \beta) \hat{V} \\ & + \frac{p(C) + p_D(A)}{2} L \cos(\eta_D) \hat{V} + \frac{p(A) + p(B)}{2} H \cos(\nu_{BW}) \hat{J}_{BW} \\ & - \frac{p(C) + p(B)}{2} \frac{L}{\cos(\alpha + \beta)} \cos(\eta_D - \alpha - \beta) \hat{V} + Q \hat{V}_{BW}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

4. Cette expression est l'expression générale. Dans notre cas, cette puissance est nulle car les cohésions sont nulles

Le théorème de la résistance maximale en terme de contrainte effective nous donne le majorant  $Q_{u1}$  de la force  $Q$  associée à ce mécanisme :

$$Q \leq Q_{u1} = A + \frac{\cos(\eta_D)}{\cos(\eta_D + \nu_{BW})} (B \sin(\nu_{BW}) + C \cos(\nu_{BW})) \quad (2.17a)$$

$$\text{où } A = \frac{H}{2} (\rho g L \sin(\beta) + p(C) + p(B)), \quad (2.17b)$$

$$B = \frac{L}{2} (p_D(A) - p(B) - 2C_D \cotan(\varphi_D) - \rho g H \cos(\beta)), \quad (2.17c)$$

$$C = \frac{H}{2} (p(A) - p(C) - 2C_{BW} \cotan(\varphi_{BW}) - \rho g L \sin(\beta)). \quad (2.17d)$$

Les trois scalaires  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont complètement indépendants du champ de vitesse virtuelle. Ainsi, l'optimisation de  $Q_{u1}$ , afin de déterminer le plus petit des majorants  $Q_{lu1}$ , se résume à la minimisation du second terme de l'équation (2.17a) dans l'aire triangulaire grisée de la Figure 2.3b. On peut tout d'abord noter que l'hypoténuse de ce triangle rectangle ne fait pas partie du domaine de recherche d'après la première inégalité présentée en (2.13). De plus, lorsqu'on se rapproche de cette hypoténuse,  $\eta_D + \nu_{BW}$  tend vers  $\pi/2^+$  et donc  $\cos(\eta_D + \nu_{BW})$  tend vers  $0^-$ . Ceci implique la condition suivante sur le numérateur afin que le majorant de  $Q$  reste toujours positif :

$$B \sin(\nu_{BW}) + C \cos(\nu_{BW}) < 0 \quad \forall \nu_{BW} \in ]\varphi_D; \pi/2 - \varphi_{BW}]. \quad (2.18)$$

Cette condition est essentielle dans le sens où un majorant négatif traduit le fait que le problème initialement considéré n'était pas à l'équilibre avant l'application de la force  $Q$ .

Une fois la condition (2.18) vérifiée,  $Q_{lu1}$  est cherchée en étudiant les dérivées partielles de l'expression (2.17a) par rapport à  $\eta_D$  et  $\nu_{BW}$ . Lorsque la condition (2.18) est vérifiée, ces deux dérivées partielles sont négatives dans le domaine de recherche, ainsi, le minimum est trouvé pour les valeurs maximales de  $\eta_D$  et  $\nu_{BW}$ . Soit :

$$\eta_D = \frac{\pi}{2} - \varphi_D, \quad \nu_{BW} = \frac{\pi}{2} - \varphi_{BW} \quad (2.19)$$

Cette solution est représentée par le carré noir sur la Figure 2.3b. On obtient finalement le plus petit des majorants pour ce mécanisme en injectant les valeurs de  $\eta_D$  et  $\nu_{BW}$  dans l'équation (2.17a) :

$$Q_{lu1} = A - \frac{\sin(\varphi_D)}{\cos(\varphi_D + \varphi_{BW})} (B \cos(\varphi_{BW}) + C \sin(\varphi_{BW})). \quad (2.20)$$

### Mécanisme 2 : une rampe prenant racine à la base du butoir

Ce mécanisme, qui est illustré sur la Figure 2.2c, consiste en l'activation d'une rampe prenant racine au point  $A$ . Le pendage de cette rampe est  $\gamma$ . Le bloc supérieur (*hanging-wall*) est en translation à la vitesse  $\underline{\dot{V}}_{HW}$ . Cette vitesse est de norme  $\hat{V}_{HW}$  et est orienté à  $\eta_R$  par rapport à la normale,  $\underline{n}_R$ , à la rampe pointant vers le haut. Ce champ de vitesse induit deux sauts de vitesse :

- $\underline{\hat{J}}_R$ , le saut de vitesse de part et d'autre de la rampe qui est égal à  $\underline{\hat{V}}_{HW}$  ;



- $\hat{J}_{BW}$ , le saut de vitesse entre le prisme et le butoir qui est égal à  $\hat{V}_{HW} - \hat{V}_{BW}$ . Comme dans le cas du mécanisme précédent, sa norme est  $\hat{J}_{BW}$  et il est orienté à  $\eta_{BW}$  par rapport à  $\underline{n}_{BW}$ . Et de la même manière, on introduit  $\nu_{BW} = -\eta_{BW}$ .

La dérivation du majorant  $Q_{u2}$  et l'optimisation afin de trouver le plus petit de ces majorants  $Q_{lu2}$  étant très similaire au cas du *mécanisme 1*, le détail n'est pas présenté dans le corps de ce manuscrit mais peut être trouvé dans l'annexe C (page 159). Les deux angles optimums décrivant le champ de vitesse quel que soit la valeur de  $\gamma$  sont :

$$\eta_R = \frac{\pi}{2} - \varphi_R, \quad \nu_{BW} = \frac{\pi}{2} - \varphi_{BW}, \quad (2.21)$$

Et le majorant de la force  $Q$  est alors égal à<sup>5</sup>

$$Q_{u2} = A' - \frac{\sin(\varphi_R + \gamma - \beta) \left( B' \cos(\varphi_{BW}) + C' \sin(\varphi_{BW}) \right)}{\cos(\varphi_R + \varphi_{BW} + \gamma - \beta)}. \quad (2.22a)$$

$$\text{où } A' = -C_R \cotan(\varphi_R) L_{EA} \sin(\gamma - \beta) + \rho g S_{AEB} \sin(\beta) + \frac{p(E) + p(A)}{2} L_{EA} \sin(\gamma - \beta) + \frac{p(E) + p(B)}{2} L_{EB} \sin(\alpha + \beta), \quad (2.22b)$$

$$B' = -C_R \cotan(\varphi_R) L_{EA} \cos(\gamma - \beta) - \rho g S_{AEB} \cos(\beta) + \frac{p(E) + p(A)}{2} L_{EA} \cos(\gamma - \beta) - \frac{p(E) + p(B)}{2} L_{EB} \cos(\alpha + \beta), \quad (2.22c)$$

$$C' = C_R \cotan(\varphi_R) L_{EA} \sin(\gamma - \beta) - C_{BW} \cotan(\varphi_{BW}) H - \frac{p(E) + p(A)}{2} L_{EA} \sin(\gamma - \beta) + \frac{p(A) + p(B)}{2} H - \frac{p(E) + p(B)}{2} L_{EB} \sin(\alpha + \beta) - \rho g S_{AEB} \sin(\beta). \quad (2.22d)$$

Il reste encore à minimiser (2.22a) par rapport au paramètre  $\gamma$ .  $\gamma$  appartient à l'intervalle  $[\beta; \min(\pi/2 - \varphi_R - \varphi_{BW}, \pi/2 + \beta)]$  d'après la construction de l'hodogramme associé à  $\hat{J}_{BW}$  et le fait que la vitesse  $\hat{V}_{HW}$  doit pointer vers l'avant du prisme. Cette minimisation contrairement à celle par rapport à  $\eta_R$  et  $\nu_{BW}$  s'avère complexe et étant donné qu'il sera impossible de donner une expression explicite de  $Q_{lu2}$  pour la valeur de  $\gamma$  optimale, nous avons choisi de procéder à cette minimisation de manière numérique en explorant systématiquement tout l'intervalle de valeurs possible pour  $\gamma$ . Cette optimisation numérique donne la valeur de  $\gamma$  optimale et la valeur de  $Q_{lu2}$ .

### **Mécanisme 3 : une rampe et un rétro-chevauchement prenant racine sur le décollement**

Ce dernier mécanisme, qui est illustré sur la Figure 2.2d, présente deux blocs en mouvement en plus du butoir, le *hanging-wall* (triangle  $EFG$ ) et le *back-stop* (polygone  $ABFG$ ). Leurs vitesses respectives sont  $\hat{V}_{HW}$  et  $\hat{V}_{BS}$  (voir encadré Figure 2.2d) de norme  $\hat{V}_{HW}$  et  $\hat{V}_{BS}$  respectivement. Ces vitesses sont orientées respectivement à  $\eta_R$  par rapport à la

5. On peut remarquer la ressemblance avec le mécanisme précédent où l'angle  $\eta_D$  serait remplacé par  $\eta_R - \gamma + \beta$ , c'est à dire où la rampe  $AE$  remplacerait le rôle que jouait le décollement dans le mécanisme précédent.

normale,  $\underline{n}_R$ , de la rampe pointant vers le haut et à  $\eta_D$  à la normale,  $\underline{n}_D$ , du décollement pointant elle aussi vers le haut. La rampe (segment  $GE$ ) et le rétro-chevauchement (segment  $GF$ ) ont pour racine commune la point  $G$  situé à la distance  $d$  du butoir et leurs pendages respectifs sont  $\gamma$  et  $\theta$ . Ce champ de vitesse induit quatre sauts de vitesse :

- $\hat{J}_D$ , le saut de vitesse de part et d'autre du décollement qui est égal à  $\hat{V}_{BS}$  ;
- $\hat{J}_R$ , le saut de vitesse de part et d'autre de la rampe qui est égal à  $\hat{V}_{HW}$  ;
- $\hat{J}_{BW}$ , le saut de vitesse entre le prisme et le butoir qui est égal à  $\hat{V}_{BS} - \hat{V}_{BW}$ . Il est de norme  $\hat{J}_{BW}$  et est orienté à  $\eta_{BW}$  par rapport à  $\underline{n}_{BW}$ . De la même manière que pour les mécanismes précédents, on introduit  $\nu_{BW} = -\eta_{BW}$ .
- $\hat{J}_{BT}$ , le saut de vitesse de part et d'autre du rétro-chevauchement qui est égal à  $\hat{V}_{HW} - \hat{V}_{BS}$ . Sa norme est  $\hat{J}_{BT}$  et il est orienté à  $\eta_{BT}$  par rapport à  $\underline{n}_{BT}$  (voir Figure 2.2d). Comme  $\eta_{BT}$  est négatif, on introduit  $\nu_{BT} = -\eta_{BT}$ .

On peut noter que la description complète du champ de vitesse virtuelle ne nécessite que sept paramètres car les différentes vitesses sont liées par les hodogrammes. Nous choisissons de caractériser le champ de vitesse par le jeu de paramètres suivant :  $\eta_D$ ,  $\eta_R$ ,  $\nu_{BW}$ ,  $\nu_{BS}$ ,  $\gamma$ ,  $\theta$  et  $d$ .

Ici encore, le détail de la dérivation du majorant de la force  $Q$  associée au *mécanisme 3* n'est pas donné mais peut être trouvé dans l'annexe C (page 159). Ce majorant, avant toute optimisation par rapport à l'un des paramètres caractérisant le mécanisme, a pour expression :

$$\begin{aligned}
 Q_{u3} = & \rho g \mathcal{S}_{HW} \cos(\eta_R - \gamma) \hat{V}_{HW} + \rho g \mathcal{S}_{BS} \cos(\eta_D - \beta) \hat{V}_{BS} \\
 & + L_{EF} \frac{p(E) + p(F)}{2} \cos(\eta_R - \gamma - \alpha) \hat{V}_{HW} \\
 & + L_{FB} \frac{p(F) + p(B)}{2} \cos(\eta_D - \beta - \alpha) \hat{V}_{BS} \\
 & + \left( C_D \cot(\varphi_D) - \frac{p_D(G) + p_D(A)}{2} \right) \cos(\eta_D) \hat{V}_{BS} \\
 & + \left( C_R \cot(\varphi_R) - \frac{p(G) + p(E)}{2} \right) L_{GE} \cos(\eta_R) \hat{V}_{HW} \\
 & + \left( C_{BT} \cot(\varphi_{BT}) - \frac{p(G) + p(F)}{2} \right) L_{FG} \cos(\nu_{BT}) \hat{J}_{BT} \\
 & + \left( C_{BW} \cot(\varphi_{BW}) - \frac{p(A) + p(B)}{2} \right) H \cos(\nu_{BW}) \hat{J}_{BW}.
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

où  $\mathcal{S}_{HW}$  et  $\mathcal{S}_{BS}$  sont les surfaces du *hanging-wall* et du *back-stop*.

Pour ce dernier mécanisme, toute la minimisation est réalisée de manière numérique en explorant l'intervalle des valeurs possibles pour tous les paramètres décrivant le champ de vitesse. Le résultats le plus marquant de ces exercices d'optimisation est que, quel que soit le triplet  $(d, \gamma, \theta)$ , la minimisation par rapport aux orientations des sauts de vitesse conduit aux valeurs optimales suivantes :

$$\eta_D = \frac{\pi}{2} - \varphi_D, \quad \eta_R = \frac{\pi}{2} - \varphi_R, \quad \nu_{BW} = \frac{\pi}{2} - \varphi_{BW} \text{ and } \nu_{BT} = \frac{\pi}{2} - \varphi_{BT}, \tag{2.24}$$

qui correspondent au cas 2 ou 2' de la fonction d'appui donnée dans l'équation (1.18).

### 2.3.3 Comparaison avec la théorie du prisme critique

L'objectif est maintenant de comparer les trois valeurs  $Q_{lu1}$ ,  $Q_{lu2}$  et  $Q_{lu3}$  dans les conditions décrites par la troisième colonne du Tableau 2.1.

D'après le principe du calcul à la rupture, le plus petit de ces trois majorants est le plus proche de la force exacte à la rupture et le mécanisme correspondant est considéré comme dominant. On peut noter, d'une part, que le prisme sera super-critique si le plus petit des majorants est  $Q_{lu1}$  ou  $Q_{lu3}$  associé à une activation totale du décollement ( $d = L$ ). Et d'autre part, il sera sous-critique si le plus petit des majorants est  $Q_{lu2}$  ou  $Q_{lu3}$  associé à une activation partielle du décollement ( $d$  petit). Les prédictions ainsi obtenues sont comparées avec les prédictions de la théorie du prisme critique pour les mêmes conditions. Pour les paramètres choisis, cette théorie prédit la transition entre les régimes sous et super-critiques pour une pente de la surface :  $\alpha_c = 4.36^\circ$ .

Les résultats sont représentés sur la Figure 2.4. Les plus petits des majorants, de la

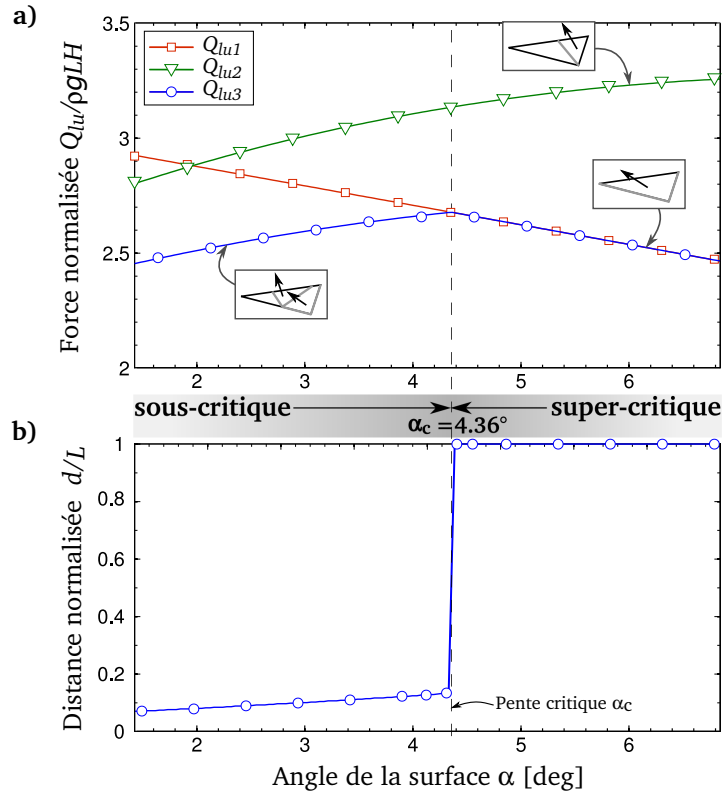


FIGURE 2.4 – (a) Comparaison des plus petits des majorants normalisés pour les trois mécanismes en fonction de l'angle  $\alpha$ . (b) Évolution de  $d/L$ , la position normalisée optimale de la racine des deux failles du mécanisme 3, en fonction de l'angle  $\alpha$ . Cette position optimale saute d'une valeur de l'ordre de 10-15 % typique d'une déformation sous-critique à 100 % exactement pour  $\alpha$  égal à la pente critique  $\alpha_c$  prédite par la théorie du prisme critique.

force  $Q$ , associés à chacun des mécanismes ( $Q_{lu1}$ ,  $Q_{lu2}$  et  $Q_{lu3}$ ), normalisés par  $\rho g L H$  (Figure 2.4a) ainsi que la distance  $d$  entre la racine des deux failles du *mécanisme 3* normalisée par  $L$  (Figure 2.4b) sont représentés en fonction de l'angle de la surface  $\alpha$ . Pour  $\alpha < \alpha_c$ , le mécanisme dominant est le *mécanisme 3* avec la déformation localisée à l'arrière du prisme avec une activation partielle du décollement qui est typique d'un prisme sous-critique. Pour  $\alpha > \alpha_c$ , les plus petits majorants de la force des *mécanismes 1* et  $3$  sont exactement les mêmes et le décollement entier est activé ( $d = L$  pour le *mécanisme 3*). On peut noter que ce type de déformation caractérise un prisme super-critique. Enfin pour  $\alpha = \alpha_c$ , les *mécanismes 1* et  $3$  ont aussi les mêmes plus petits majorants de la force ( $Q_{lu1} = Q_{lu3}$ ) mais la distance  $d$  est indéterminée (Figure 2.4b) : elle peut prendre n'importe quelle valeur entre une faible valeur, définie par le fait que le haut du rétro-chevauchement est au point  $B$ , et  $L$ . **L'ensemble de ces résultats confirme que le calcul à la rupture présenté ici capture complètement la théorie du prisme critique.**

L'influence des coefficients de pression  $\lambda$  et  $\lambda_D$  sur la valeur critique de la pente  $\alpha_c$  est maintenant discutée. Ceci fait aussi l'objet d'une dernière comparaison entre le calcul à la rupture présenté ici et la théorie du prisme critique. Les résultats de cette comparaison sont donnés par la Figure 2.5. On observe encore un parfait accord entre les deux approches.

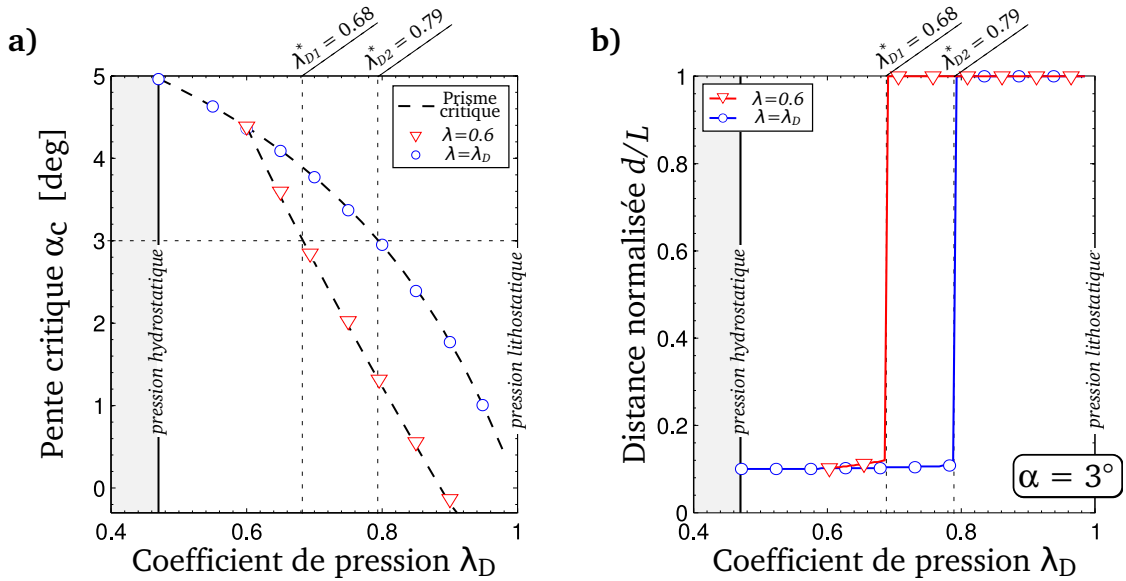


FIGURE 2.5 – (a) Influence du coefficient de pression dans le décollement,  $\lambda_D$ , sur la valeur critique de la pente  $\alpha_c$  d'après le calcul à la rupture prenant en compte les pressions de fluide (cercles et triangles) et d'après la théorie du prisme critique (courbes en pointillés). (b) Évolution de  $d/L$ , la position normalisée optimale de la racine des deux failles du *mécanisme 3*, en fonction de  $\lambda_D$  pour  $\alpha$  constant et égal à  $3^\circ$ . Le coefficient de pression,  $\lambda$  dans le corps du prisme est soit gardé constant et égal à 0.6 (triangles rouges), soit égal à  $\lambda_D$  (cercles bleus).

Quelques remarques sur l'influence des surpressions de fluide peuvent aussi être faites :

- une augmentation de  $\lambda_D$  gardant ou non  $\lambda$  constant conduit à un prisme plus stable dans le sens où  $\alpha_c$  est plus faible (Figure 2.5a) ;
- pour une valeur de  $\alpha$  donnée (par exemple  $\alpha = 3^\circ$  pour la Figure 2.5b), il existe une valeur critique de  $\lambda_D$ ,  $\lambda_D^*$ , pour laquelle la prisme est sous-critique si  $\lambda_D < \lambda_D^*$  et super-critique autrement ;
- un prisme en surpression est moins stable. En effet on voit que plus la pression dans le décollement est grande par rapport à la pression dans la corps du prisme, plus ce coefficient de pression critique,  $\lambda_D^*$ , est faible (Figure 2.5b).

### 2.3.4 Influence du butoir sur le mode de déformation dominant

Le théorie du prisme critique s'applique à des prismes de dimension infinie alors que dans notre approche, les prismes sont délimités par un butoir à l'arrière du prisme. Dans ce paragraphe, l'influence de l'angle de friction,  $\varphi_{BW}$ , sur l'interface entre le butoir et le prisme, sur les conditions de stabilité est étudiée. La Figure 2.6 présente les plus petits majorants associés à chacun des mécanismes ( $Q_{lu1}$ ,  $Q_{lu2}$  et  $Q_{lu3}$ ) normalisés par  $\rho g L H$  en fonction de  $\varphi_{BW}$ . Pour des petites valeurs de  $\varphi_{BW}$  ( $\varphi_{BW} < \varphi_{BW}^*$ ) le *mécanisme 2* est dominant, c'est à dire que la déformation se fait par activation d'une rampe unique prenant racine au pied du butoir. Lorsque  $\varphi_{BW}$  augmente,  $Q_{lu2}$  augmente plus rapidement que  $Q_{lu1}$  et  $Q_{lu3}$ , ainsi le mécanisme dominant devient soit le *mécanisme 1* soit le *mécanisme 3*

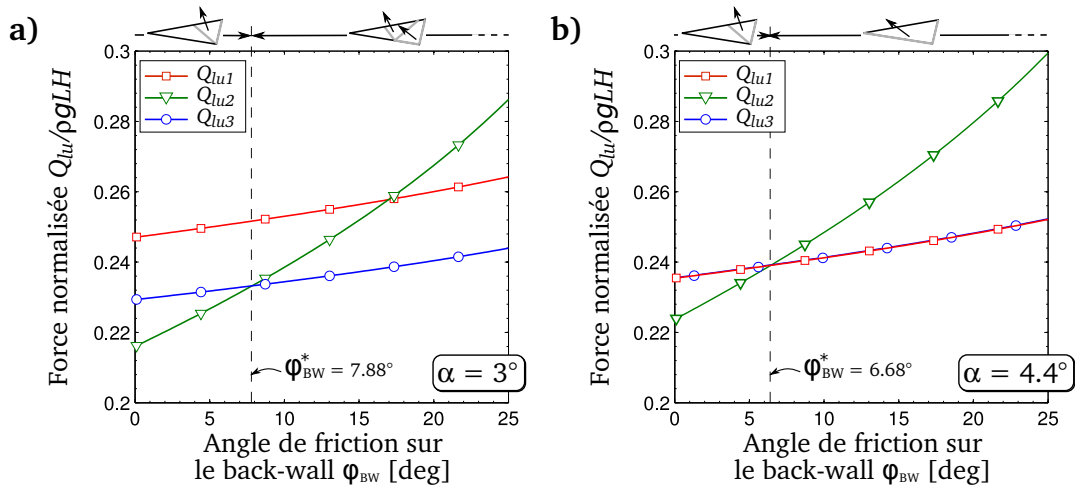


FIGURE 2.6 – Influence de l'angle de friction,  $\varphi_{BW}$ , sur l'interface entre le butoir et le prisme, sur le mécanisme dominant pour (a) des conditions sous-critiques ( $\alpha = 3^\circ$ ) et (b) des conditions légèrement super-critiques ( $\alpha = 4.4^\circ$ ). Dans les deux cas et pour des valeurs de  $\varphi_{BW}$  assez petites, le mécanisme dominant est le *mécanisme 2* qui est typique d'un prisme sous-critique. Ainsi, dans le cas d'un très petit angle de friction sur le butoir, l'angle critique est légèrement modifié.

suivant que le prisme soit dans des conditions sous-critique (Figure 2.6a) ou super-critique (Figure 2.6b). La valeur critique  $\varphi_{BW}^*$  au delà de laquelle le *mécanisme 2* n'est plus dominant diminue avec  $\alpha$ . En effet on trouve  $\varphi_{BW}^* = 7.88^\circ$  pour  $\alpha = 3^\circ$  et  $\varphi_{BW}^* = 6.68^\circ$  pour  $\alpha = 4.4^\circ$ . Ainsi, on voit que la dimension finie du prisme peut avoir une légère influence sur la valeur de  $\alpha_c$  par rapport à la théorie du prisme critique. En effet, pour  $\alpha = 4.4^\circ$ , la théorie du prisme critique prédit que le prisme est super-critique alors qu'en présence d'un butoir très faiblement frictionnel ( $\varphi_{BW}^* < 6.68^\circ$ ), le mécanisme dominant est le *mécanisme 2* qui est caractéristique de conditions sous-critiques.

Enfin, dans le cas sous-critique (Figure 2.6a), on observe que la valeur de la force à la rupture, c'est à dire la valeur du plus petit des trois plus petits des majorants présente une évolution quasiment bi-linéaire avec une rupture de pente à  $\varphi_{BW}^* = 7.88^\circ$ . On peut noter que cette évolution a déjà été observée numériquement par *Souloumiac et al.* (2010).

## 2.4 Conclusion

**L'exemple du prisme critique**, a permis de mettre en évidence à la fois l'efficacité et la simplicité de l'approche présentée dans ce chapitre. En effet, dans le formalisme présenté seules deux hypothèses sont faites :

- d'une part la connaissance du critère de rupture ;
- d'autre part la connaissance du champ de pression dans tout le système considéré.

Cet exemple, de par sa simplicité (géométrie du système, homogénéité des paramètres, ...), a pu être traité de façon semi-analytique, mais cette approche du calcul à la rupture peut s'attaquer à des problèmes bien plus complexes grâce à une approche numérique par discrétisation du système. Ceci est présenté dans le chapitre suivant.



# Développement numérique du calcul à la rupture en présence de fluide

---

L'APPROCHE PRÉSENTÉE DANS LES CHAPITRES PRÉCÉDENTS est ici développée par le biais numérique afin de pouvoir être appliquée à des structures de complexité toujours croissante. Cela va permettre de surpasser la "faiblesse" de l'approche analytique ou semi-analytique qui est la faible variété des champs de vitesse virtuelle explorés. La base du développement présenté ici est le travail de *Krabbenhøft et al. (2005)* et de *Souloumiac et al. (2010)* qui s'intéressaient à des systèmes ne présentant pas de fluide interstitiel. Le principe général est de discrétiser la structure afin de ne plus rechercher des champs de vitesses décrits par quelques blocs rigides mais définis par le plus grand nombre de degré de liberté possible. Cette méthode est basée sur une formulation de type éléments finis et des méthodes d'optimisation linéaire. La discrétisation du problème est réalisée grâce à un code d'éléments finis, *SARPP (2012)*, qui a été adapté pour le calcul à la rupture. Ensuite, le problème est optimisé grâce au code *MOSEK*.

L'OBJET DE CE CHAPITRE est tout d'abord de présenter brièvement le principe de cette approche mise en place et décrite en détail par *Souloumiac et al. (2010)* ainsi que l'apport de ce travail à cette approche et dans le développement numérique du code *SARPP (2012)*. Ce code a été enrichi par la prise en compte des surpressions de fluides, mais aussi par la possibilité d'utiliser des matériaux frictionnels compactants et non plus seulement frictionnels comme c'était le cas jusqu'à présent. Tout ce travail a été fait en étroite collaboration avec Pauline Souloumiac (Université de Cergy-Pontoise). Enfin, cette approche numérique sera appliquée au même exemple que dans le chapitre précédent afin de valider le choix des mécanismes de ruine postulés pour le calcul semi-analytique.

CETTE MÉTHODE EST AUSSI APPLIQUÉE au chapitre 2 de la troisième partie afin d'analyser la stabilité du prisme de Nankai.



---

## Sommaire

---

3.1	Principe de l'approche numérique . . . . .	51
3.1.1	<i>Résumé du problème d'optimisation</i> . . . . .	51
3.1.2	<i>Le problème d'optimisation discrétisé</i> . . . . .	51
3.1.3	<i>Contribution apportée à cette approche</i> . . . . .	52
3.2	Application au problème du prisme critique . . . . .	53
3.2.1	<i>Construction des maillages</i> . . . . .	53
3.2.2	<i>Mécanisme dominant pour <math>\alpha = 2^\circ</math></i> . . . . .	53
3.2.3	<i>Mécanisme dominant pour <math>\alpha = 5^\circ</math></i> . . . . .	56
3.2.4	<i>Mécanisme dominant pour <math>\alpha = 4,6^\circ</math></i> . . . . .	56
3.2.5	<i>Comparaison avec l'approche semi-analytique</i> . . . . .	57
3.3	Conclusion . . . . .	58

---

### 3.1 Principe de l'approche numérique

#### 3.1.1 Résumé du problème d'optimisation

Nous avons vu dans les chapitres précédents que la mise en œuvre de l'approche cinématique du calcul à la rupture consiste en un problème d'optimisation qui peut se résumer de la façon suivante : le système étant soumis à une force appliquée à la surface de densité  $\underline{q}$  ; cette force étant inconnue et menant à la rupture ; nous voulons connaître la force résultante,  $Q$ , à la rupture ainsi que le mécanisme de ruine. D'après le théorème de la résistance maximale en terme de contrainte effective on a :

$$\int_{\partial\Omega_t^Q} \underline{q} \cdot \hat{\underline{V}} dS \leq \int_{\Omega_t} \pi(\underline{\hat{d}}) dV - \int_{\Omega_t} \rho \underline{g} \cdot \hat{\underline{V}} dV - \int_{\partial\Omega_t^T} \underline{T}^d \cdot \hat{\underline{V}} dS - \int_{\Omega_t} p \operatorname{div}(\hat{\underline{V}}) dV \quad (3.1)$$

On peut remarquer que les termes dus aux discontinuités de vitesses  $\Sigma_U$  ne sont pas présents dans cette expression. Ceci est justifié par le fait que, comme l'ont montré *Souloumiac et al.* (2010), au moins pour le terme contenant la fonction d'appui, les discontinuités de ce type sont prises en compte lorsque l'épaisseurs des éléments tend vers zéro. En effet dans ce cas là,  $\int_{\Omega_t} \pi(\underline{\hat{d}}) dV$  tend vers  $\int_{\Sigma_U} \underline{T} \cdot \llbracket \hat{\underline{V}} \rrbracket dS$ .

Le problème à résoudre se résume à

$$\left| \begin{array}{l} \text{minimiser :} \quad Q_u = \int_{\Omega_t} \pi(\underline{\hat{d}}) dV - \int_{\Omega_t} \rho \underline{g} \cdot \hat{\underline{V}} dV - \int_{\partial\Omega_t^T} \underline{T}^d \cdot \hat{\underline{V}} dS - \int_{\Omega_t} p \operatorname{div}(\hat{\underline{V}}) dV \\ \text{soumis à :} \quad \hat{\underline{V}} \text{ doit être cinématiquement admissible (CA)} \end{array} \right.$$

#### 3.1.2 Le problème d'optimisation discrétisé

Après linéarisation du champ de vitesse, du critère de rupture et de chacune des équations du problème (voir annexes D.4, D.2 et D.3 pour plus de détails), le problème est réécrit sous forme matricielle. Cette nouvelle forme correspond à l'écriture des équations sur tous les sommets de tous les éléments. Le problème est tout d'abord exprimé en terme de vitesses virtuelles,  $\hat{\underline{V}}$ , ce qui constitue le problème primal, puis en terme de contrainte,  $\underline{\hat{\sigma}}$ , ce qui constitue le problème dual. Ces problèmes sont identiques du point de vue de la physique, mais sont écrits dans des espaces différents. Ces deux problèmes seront résolus

##### NOTATIONS

- $n_e$  est le nombre d'éléments
- $p$  est le nombre de nœuds multiplié par le nombre de degrés de liberté (ici 2 car on n'étudie que des problèmes à 2D)
- $m_1$  est le nombre de conditions aux limites nulles en déplacement/forces
- $m_2$  est le nombre de conditions aux limites non nulles en déplacement/forces
- $n_c$  est le nombre d'hyper-plans qui définit le critère de rupture dans un élément  $e$  (voir l'annexe D.3 pour la définition des hyper-plans)

simultanément jusqu'à la convergence des deux grâce au programme d'optimisation *MOSEK*.

#### Problème primal

$$\begin{aligned}
 & \text{minimiser :} \quad Q_u = \{ {}^t \{k\}_{3n_c n_e}, {}^t \{G\}_p, \} \left\{ \begin{array}{c} \{\bar{\lambda}\}_{3n_c n_e} \\ \{\underline{\hat{V}}\}_p \end{array} \right\} \\
 & \text{soumis à :} \quad \left[ \begin{array}{cc} [\mathcal{A}]_{9n_e \times 3n_c n_e} & -[\bar{\mathcal{B}}]_{9n_e \times p} \\ [0] & [H_1]_{m_1 \times p} \\ [0] & [H_2]_{m_2 \times p} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \{\bar{\lambda}\} \\ \{\underline{\hat{V}}\} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \{0\}_{9n_e} \\ \{0\}_{m_1} \\ \{\pm 1\}_{m_2} \end{array} \right\} \\
 & \Leftrightarrow \text{projection de } \underline{\underline{d}}(\underline{\hat{V}}) \text{ sur les hyper-plans et les CL (ie } \underline{\hat{V}} \text{ est } CA) \\
 & \quad \{\lambda\} \geq \{0\} \\
 & \Leftrightarrow \text{conditions sur la projection de } \underline{\underline{d}}(\underline{\hat{V}})
 \end{aligned}$$

#### Problème dual

$$\begin{aligned}
 & \text{maximiser :} \quad Q_u = \{ \{0\}_{3.3n_e}, \{0\}_{m_1}, \{\pm 1\}_{m_2} \} \left\{ \begin{array}{c} \{\underline{\sigma}\} \\ \{R_1\} \\ \{R_2\} \end{array} \right\} \\
 & \text{soumis à :} \quad \left[ \begin{array}{ccc} {}^t[\bar{\mathcal{B}}] & [H_1] & [H_2] \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \{\underline{\sigma}\} \\ \{R_1\} \\ \{R_2\} \end{array} \right\} = \{G\} \\
 & \quad \Leftrightarrow \text{équation d'équilibre} \\
 & \quad [\mathcal{A}]\{\underline{\sigma}\} \leq \{k\} \\
 & \quad \Leftrightarrow \underline{\sigma} \text{ satisfait le critère de rupture}
 \end{aligned}$$

La matrice  $[\bar{\mathcal{B}}]$  découle de l'expression de  $\pi(\underline{\underline{d}})$  et  $[\mathcal{A}]$  du critère de rupture. Les vecteurs  $[H_1]$  et  $[H_2]$  traduisent les conditions aux limites. Enfin, le vecteur  $\{G\}$  traduit toutes les puissances des forces appliquées au système, à savoir

$$- \int_{\Omega_t} \rho \underline{g} \cdot \underline{\hat{V}} dV, \quad - \int_{\partial\Omega_t^T} \underline{T}^d \cdot \underline{\hat{V}} dS \quad \text{et} \quad - \int_{\Omega_t} p \operatorname{div}(\underline{\hat{V}}) dV.$$

Ainsi, ce vecteur se décompose de la façon suivante :

$$\{G\} = \{g\} + \{T\} + \{P\}, \tag{3.2}$$

où  $\{g\}$ ,  $\{T\}$  et  $\{P\}$  sont les contributions dues à la gravité, aux forces appliquées à la surface et aux pressions, respectivement. On peut noter que dans le cadre du travail de *Souloumiac et al.* (2010) seule la première contribution,  $\{g\}$ , était non nulle.

#### 3.1.3 Contribution apportée à cette approche

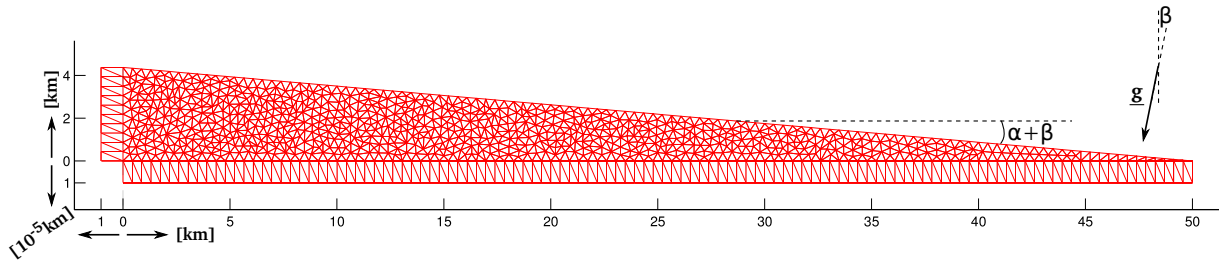
Dans cette thèse, je me suis attachée à introduire dans le code utilisé (*SARPP*, 2012), la contribution des termes dus à la présence du fluide (terme faisant intervenir  $p \operatorname{div}(\underline{\hat{V}})$ ) et la pression sur la surface du à la colonne d'eau au dessus mais aussi la possibilité de prendre en compte des matériaux non plus seulement frictionnels mais frictionnels et compactants. Le détail théorique de ces contributions se trouvent dans l'annexe D.4.

## 3.2 Application au problème du prisme critique

### 3.2.1 Construction des maillages

Tous les maillages utilisés dans ce travail ont été construits grâce au mailleur 2D *Triangle* (2005)<sup>1</sup> (Shewchuk, 1996). Il génère des maillages d'éléments triangulaires grâce à la triangulation de Delaunay.

La Figure 3.1 montre l'exemple d'un maillage généré par *Triangle* (2005). Il s'agit d'un prisme triangulaire dont l'ouverture ( $\alpha + \beta$ ) est égale à  $5^\circ$  et dont le pendage du décollement ( $\beta$ ) vaut  $3^\circ$ . Sur la Figure, les axes horizontaux et verticaux sont parallèles au décollement et au butoir respectivement. En conséquence, la gravité est inclinée d'un angle  $\beta$  par rapport à la verticale. Le décollement et le butoir sont composés d'éléments ayant une épaisseur extrêmement faible ( $\sim 10^{-5}$  km). Leur taille est exagérée sur la Figure afin qu'ils soient visibles.



**FIGURE 3.1 – Exemple de maillage utilisé.** Il est constitué de 4089 nœuds et 2041 éléments et l'angle  $\alpha + \beta$  vaut  $5^\circ$ . La gravité ( $g$ ) fait un angle  $\beta$  avec l'axe vertical. Les échelles du décollement et du butoir ont été exagérées ( $\times 10^5$ ) afin de mettre en évidence les éléments qui les composent.

Il est possible d'assigner à chaque élément un angle de friction ( $\varphi_e$ ), une densité ( $\rho_e$ ) et un coefficient de pression ( $\lambda_e$ ) différent.

Dans la suite, nous allons considérer sept prismes différents présentant trois régions de propriétés homogènes : le corps du prisme ( $\varphi_B = 25^\circ$ ), le décollement ( $\varphi_D = 15^\circ$ ) et le butoir ( $\varphi_{BW} = 25^\circ$ ). Les propriétés choisies sont les mêmes que pour l'exemple du chapitre précédent (voir Tableau 2.1) afin de permettre la comparaison des résultats des deux approches. On fixe notamment  $\lambda = 0,6$  dans tout le système. La différence entre les sept prismes est la valeur de l'angle  $\alpha$ . Les valeurs considérées étant les suivantes :  $2^\circ$  ;  $3^\circ$  ;  $4^\circ$  ;  $4,3^\circ$  ;  $4,4^\circ$  ;  $4,6^\circ$  ;  $5^\circ$  et  $6^\circ$ .

### 3.2.2 Mécanisme dominant pour $\alpha = 2^\circ$

La Figure 3.2 illustre le mécanisme dominant obtenu grâce à cette méthode numérique pour  $\alpha = 2^\circ$ . Elle représente les vitesses horizontales et verticales ainsi que la déformation

1. Triangle est disponible sur le site <http://www.cs.cmu.edu/~quake/triangle.html>

cisailante équivalente,  $\gamma$  définie à partir du tenseur du taux de déformation  $\underline{\hat{d}}(\hat{V})$  par :

$$\gamma = \sqrt{\underline{\hat{d}}' : \underline{\hat{d}}'}, \quad \text{où } \underline{\hat{d}}' = \underline{\hat{d}} - \frac{\text{tr}(\underline{\hat{d}})}{3} \underline{\delta} \quad (3.3)$$

Lorsqu'il est grand, cet invariant du tenseur taux de déformation traduit la présence d'un gradient dans le champ de vitesse. Ainsi, sa distribution sur la Figure 3.2c montre que, pour accommoder le raccourcissement, il y a formation de deux discontinuités de vitesses (une rampe et un rétro-chevauchement) localisées à l'arrière du prisme. La racine commune de ces deux discontinuités se situe à une distance,  $d/L$ , du butoir égale à environ 10% de la longueur totale du décollement. On note aussi que  $\gamma$  est non nul le long du butoir, ce qui indique qu'il y a glissement le long de celui-ci. Enfin, partout ailleurs,  $\gamma$  est nul. Ceci implique que le mécanisme de ruine se compose de trois blocs ayant un mouvement rigide. Ce qui se voit bien sur les Figures 3.2a et b, sur lesquelles on n'observe que trois régions de vitesse homogène. Ce mécanisme correspond parfaitement au *mécanisme 3* du chapitre précédent ce qui confirme l'intérêt du mécanisme de ruine considéré pour l'approche semi-analytique. Une dernière remarque peut être faite sur l'intensité et l'orientation des vitesses. Le champ de vitesse obtenu par cette méthode étant comme dans le chapitre précédent, un champ de vitesse virtuelle, il ne peut être utilisé directement pour faire évoluer la structure, notamment car il induit de la dilatance sur le décollement et les failles. La Figure 3.3 qui représente le maillage déformé par ce champ de vitesse illustre parfaitement cette dilatance. En effet on observe un soulèvement du prisme du *back-stop* entre le butoir et la racine des deux failles. Cette dilatance explique d'ailleurs le fait que les vitesses des deux blocs en mouvement soient supérieures à un, c'est à dire supérieures à celle du butoir qui sert de normalisation.

(a) Vitesse horizontale (vitesse normalisée)



(b) Vitesse verticale (vitesse normalisée)



(c) Déformation cisailante équivalente,  $\gamma$



FIGURE 3.2 – (a) Vitesse horizontale, (b) vitesse verticale et (c) déformation virtuelle cisailante équivalente,  $\gamma$ , pour  $\alpha = 2^\circ$ . Les vitesses sont les vitesses normalisées par la vitesse du butoir.

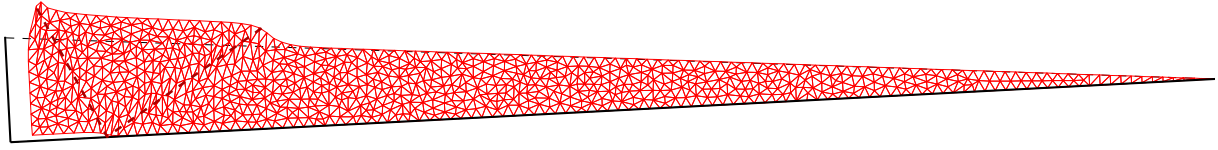


FIGURE 3.3 – Maillage déformé par le champ de vitesse optimal. Le déplacement induit est exagéré 2 fois.

Ensuite, cette méthode permet d'obtenir un champ de contrainte qui est le champ dual des vitesses. Ce champ de contrainte, lui non plus, ne représente pas la réalité notamment car il n'est pas statiquement admissible (*SA*). En effet l'équation d'équilibre n'est pas respectée en chaque point du maillage mais seulement dans un sens faible obtenu par dualisation. Malgré cela, *Souloumiac et al. (2010)* propose de le considérer comme très proche du champ de contrainte réel. En effet, il présente, d'une part, les bons ordres de grandeur et, d'autre part, une invariance par rapport à la position le long de la surface du prisme, ce qui est une hypothèse de base de la théorie du prisme critique (*Dahlen, 1984*). La Figure 3.4 illustre cette invariance grâce aux deux invariants suivant de ce champ de contrainte :

- la contrainte équivalente :  $\sigma_e = \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2}$
- la contrainte moyenne dans le plan :  $P = (\sigma_{11} + \sigma_{22})/2$

(a) Contrainte équivalente  $\sigma_e$  [MPa]



(b) Contrainte moyenne  $P$  [MPa]

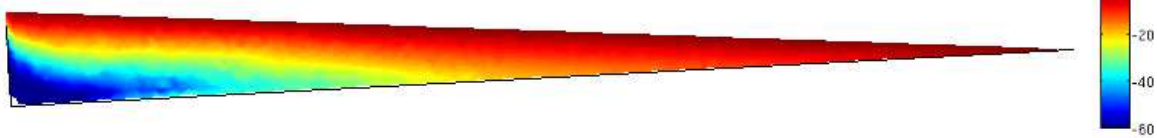
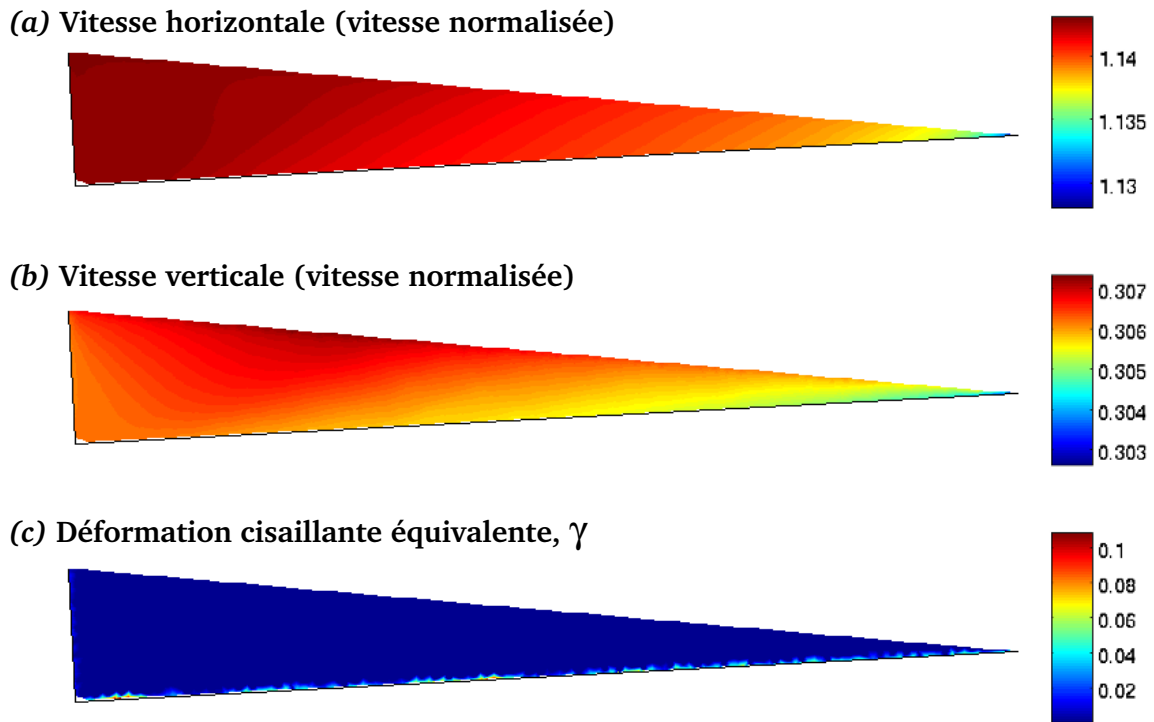


FIGURE 3.4 – (a) Contrainte équivalente,  $\sigma_e$  et (b) contrainte moyenne,  $P$  calculées à partir du champ de contrainte dual du champ de vitesse qui n'est pas nécessairement *SA*.

Enfin, la force à la rupture, normalisée par  $(\rho g L H)$ , obtenue pour ce mécanisme vaut  $\tilde{Q}_{2^\circ} = 2,52$ .

### 3.2.3 Mécanisme dominant pour $\alpha = 5^\circ$

La Figure 3.5 illustre le mécanisme dominant obtenu grâce à la méthode numérique pour  $\alpha = 5^\circ$ . Dans ce cas, le prisme glisse sur le décollement sans déformation interne. Ceci est illustré par le champ de vitesse qui est quasiment homogène dans le prisme (les échelles de couleur pour les vitesses horizontales et verticales sont très tassées) mais aussi grâce à la déformation cisailante équivalente qui est concentrée dans le décollement et nulle part ailleurs. Ce mécanisme correspond au *mécanisme 1* du chapitre précédent rencontré pour des conditions super-critiques. La force à la rupture, normalisée par  $(\rho g L H)$ , obtenue pour ce mécanisme est  $\tilde{Q}_{5^\circ} = 2,71$ .




---

FIGURE 3.5 – (a) Vitesse horizontale, (b) vitesse verticale et (c) déformation virtuelle cisailante équivalente,  $\gamma$ , pour  $\alpha = 5^\circ$ . Les vitesses sont les vitesses normalisées par la vitesse du butoir.

---

### 3.2.4 Mécanisme dominant pour $\alpha = 4,6^\circ$

La Figure 3.6 représente les champs de vitesse horizontale et verticale ainsi que la déformation cisailante équivalente optimum obtenus pour  $\alpha = 4,6^\circ$ . Dans ce cas, tout le décollement est activé et le prisme glisse sur celui-ci, mais le champ de vitesse présente deux jeux de rampe et rétro-chevauchement voisins mais dont l'amplitude des discontinuités est négligeable. Ce mécanisme est un mécanisme intermédiaire entre les deux présentés

précédemment et correspond à des conditions très proches de la criticalité. La force à la rupture, normalisée par  $(\rho g L H)$ , est  $\tilde{Q}_{2^\circ} = 2,70$ .

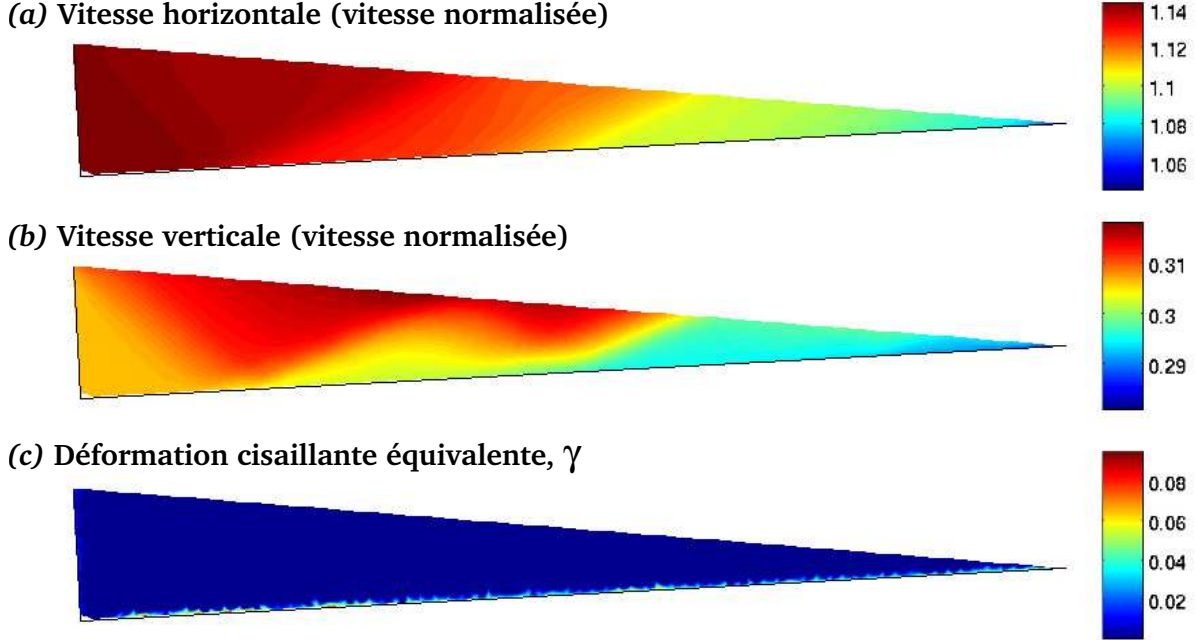


FIGURE 3.6 – (a) Vitesse horizontale, (b) vitesse verticale et (c) déformation virtuelle cisailante équivalente,  $\gamma$ , dans le prisme pour  $\alpha = 4,6^\circ$ . Les vitesses sont les vitesses normalisées par la vitesse du butoir.

### 3.2.5 Comparaison avec l'approche semi-analytique

Une comparaison des résultats numériques et des prédictions semi-analytiques est présentée grâce à la Figure 3.7 qui reprend la Figure 1.8 du chapitre précédent comme base. On peut faire principalement deux remarques :

- les valeurs pour la force normalisée présentent un très faible écart (de l'ordre de un à quelques %) avec celles obtenues grâce à la méthode semi-analytique et les variations par rapport à la valeur de  $\alpha$  sont en bon accord ;
- la transition entre les deux modes de déformation est en accord avec la théorie du prisme critique et l'approche semi-analytique mais semble moins marquée. En effet  $d/L$  augmente nettement à partir de  $\alpha_c$  mais le saut n'est pas aussi marqué que dans le cas semi-analytique.

Ces légers écarts peuvent s'expliquer par le fait que dans le cas numérique, il est impossible d'obtenir des discontinuités parfaites contrairement au cas semi-analytique. Ainsi, bien que la méthode numérique présente l'avantage de ne pas avoir à supposer de mécanismes de ruine au départ, elle peut présenter le désavantage que ses résultats dépendent de la taille du maillage.



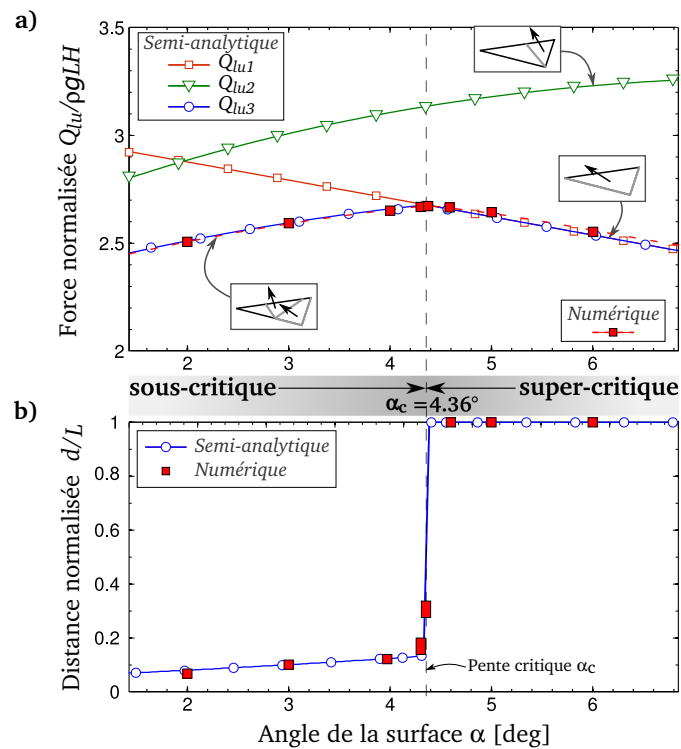


FIGURE 3.7 – Comparaison de la force optimale ainsi que la position de la racine de la rampe obtenue par les deux approches. Cette comparaison est faite par rapport à la Figure 1.8 présentée au chapitre précédent à laquelle Les résultats obtenus avec la méthode numérique (carrés rouges) ont été ajoutés.

### 3.3 Conclusion

**La comparaison** entre la méthode numérique, la méthode semi-analytique et la théorie du prisme critique montre un bon accord. Comme la méthode numérique présente l'avantage de ne pas avoir à supposer de mécanismes de ruine au départ. Cette étape montre que les mécanismes choisis au chapitre précédent sont tout à fait réalistes.

---

PARTIE II

## **Modélisation analogique de prismes d'accrétion avec pression de fluide**



# Introduction

CERTAINS PHÉNOMÈNES SONT TROP COMPLEXES pour permettre une compréhension et une description mathématique complètes. Ainsi, l'expérimentation directe est un bon moyen de tirer des informations afin de mieux le comprendre. Or celle-ci peut ne pas être possible, notamment en géologie, pour des raisons de taille et/ou d'accessibilité du système étudié. Dans ce cas là, le recours à la modélisation analogique ou numérique est nécessaire.

LA MODÉLISATION ANALOGIQUE, qui fait l'objet de cette partie, **vise à reproduire en laboratoire, à l'aide de prototypes simples et de taille réduite, des phénomènes naturels**. La difficulté d'une telle approche réside d'une part dans la mise à l'échelle (voir annexe E) et d'autre part dans la conception de prototypes assez réalistes par rapport au système naturel (matériaux, conditions aux limites,...) pour en tirer des conclusions acceptables. Cette approche largement utilisée en physique, en génie civil (dimensionnement de constructions), en aérodynamique (ailes d'avion, voiture,...), est utilisée en géologie depuis le début 19<sup>ième</sup> (e.g. *Hall* (1815); *Cadell* (1890); *Hubbert* (1937); *Davis et al.* (1983)). Depuis *Cadell* (1890) qui réalisa les premières expériences mettant en évidence la formation des prismes par superposition de couches en écailles, de nombreux modèles analogiques de prismes ont été produits essentiellement depuis les années 80 (e.g., *Malavieille*, 1984; *Costa et Vendeville*, 2002; *Mulugeta*, 1988; *Schreurs et al.*, 2006). Dans toute cette littérature, les approches et les buts sont diverses : allant de la validation de théories (e.g., *Davis et al.*, 1983) à l'étude de l'effet d'un paramètre donné (e.g., *Gutscher et al.*, 1996; *Lohrmann*, 2003) en passant par l'étude de cas de terrain précis (e.g., *Bonnet et al.*, 2007) ou par le développement de techniques expérimentales (e.g., *Cobbold et al.*, 2001; *Adam et al.*, 2005).

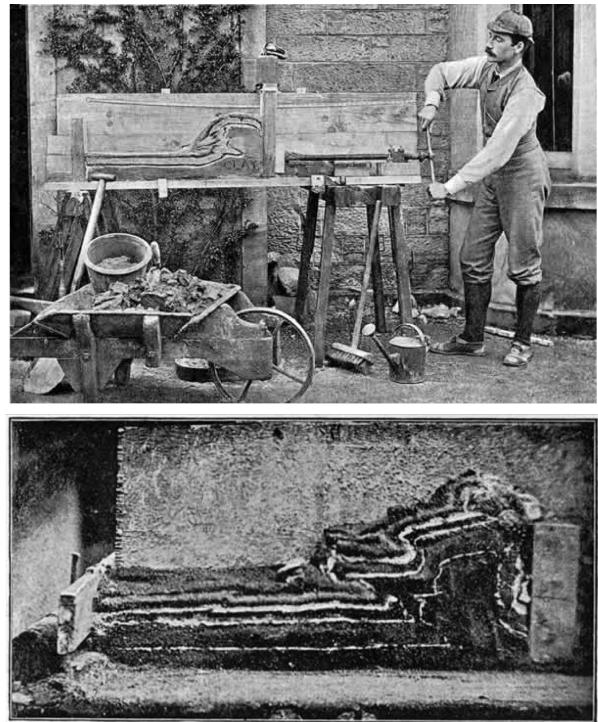


FIGURE 8 – Expérience de Cadell pour expliquer les successions de chevauchement. Après superposition de couches de sable humide, de plâtre, d'un mélange sable-plâtre, d'argile et de résidus de fonderie, le tout est comprimé horizontalement. Henri Cadell est ainsi le premier à proposer la notion de prisme formé par succession d'écailles (*Cadell*, 1890).

DANS CE TRAVAIL nous nous sommes intéressés à l'influence des surpressions de fluides sur la déformation des prismes d'accrétion. Rares sont les travaux de

---

modélisation analogique mettant en jeu des fluides et encore plus rares sont ceux mettant en jeu des surpressions de fluide. *Cobbold et Castro* (1999) sont les premiers à décrire une méthode permettant de simuler des surpressions de fluides dans des modèles analogiques. Cette technique utilise l'air comme fluide interstitiel et les surpressions sont obtenues en injectant de l'air comprimé dans les modèles. Par la suite, *Cobbold et al.* (2001) ainsi que *Mourgues et Cobbold* (2006b) montrent l'intérêt de cette méthode dans la modélisation des prismes d'accrétion. D'autres travaux (*Mourgues et Cobbold*, 2006a; *Mourgues et al.*, 2009) ont par ailleurs démontré l'efficacité de cette méthode pour des systèmes géologiques en extension. Dans ce travail, la méthodologie et le dispositif expérimental sont similaires à ceux décrit par *Mourgues et Cobbold* (2006b).

**LE TRAVAIL DE MODÉLISATION ANALOGIQUE présenté ici a été réalisé au Laboratoire de Géosciences de l'Université du Maine (le Mans) en collaboration avec Régis Mourgues.** Le premier chapitre de cette partie est centré sur la comparaison des résultats expérimentaux obtenus dans des conditions similaires aux hypothèses du prisme critique (*Dahlen*, 1984) avec les prédictions de cette théorie. Ce chapitre se présente sous forme d'un article accepté dans le *Journal of Geophysical Research*. Le chapitre suivant présente les résultats d'expériences s'intéressant à l'importance de déformations héritées en comparaison des conditions de pression.

# Stabilité et déformation des prismes en surpression : apport de la modélisation analogique

---

CE CHAPITRE se consacre aux résultats de modélisations analogiques faites dans des conditions expérimentales les plus proches possibles des hypothèses du prisme critique de Dahlen ([Dahlen, 1984, 1990](#)). Présenté sous la forme d'un article accepté dans le *Journal of Geophysical Research*, il s'attache à comparer les observations obtenues lors de ces expériences avec les prédictions de la théorie du prisme critique en présence de surpressions de fluide. Il faut noter que bien qu'elles soient très largement acceptées et utilisées (par exemple [Davis et al. \(1983\)](#) est cité dans plus de 1200 articles!), les prédictions de la théorie du prisme critique n'ont jamais été vérifiées expérimentalement en présence de surpressions de fluide. D'ailleurs, alors que cette théorie introduit la pression de pore comme un paramètre de premier ordre, les travaux appuyant ses prédictions, qu'ils soient expérimentaux (eg, [Davis et al., 1983](#); [Malavieille, 1984](#); [Mulugeta, 1988](#)) ou numériques (eg, [Stockmal et al., 2007](#); [Cubas et al., 2008](#)) se cantonnent au cas des prismes ne présentant pas de fluide interstitiel.

Cet article s'intéresse aussi aux facteurs influençant la localisation de la déformation dans le décollement et les rampes lors du raccourcissement.

ENFIN, UN LECTEUR CURIEUX, trouvant la description du dispositif et du protocole expérimental trop succincte, se référera à l'annexe [F](#) pour plus de détails (page [176](#)).

---

## Sommaire

---

Résumé de l'article . . . . .	65
<b>Article : Deformation and stability of over-pressured wedges - insight from sandbox models . . . . .</b>	<b>66</b>
Abstract . . . . .	66
1.1 Introduction . . . . .	66
1.2 Theoretical Background : The Critical Taper Model . . . . .	67
1.3 Experimental Methods . . . . .	68
1.3.1 Principles and scaling of models involving fluid overpressure . . . . .	68
1.3.2 Apparatus and Materials . . . . .	69
1.3.3 Models Construction and Deformation . . . . .	70
1.3.4 Set-up of the pressure field in the models . . . . .	72
1.3.5 Deformation Analysis using Particule Imaging Velocimetry . . . . .	73
1.3.5.1 PIV Technique . . . . .	73
1.3.5.2 Deformation Analysis During the Shortening . . . . .	74
1.4 Experimental Results . . . . .	76
1.4.1 Propagation of the Active Décollement and Position of the Thrusts Root . . . . .	76
1.4.2 The Modes of Deformation . . . . .	79
1.5 Discussion . . . . .	80
1.5.1 Comparison with the theory . . . . .	80
1.5.2 What does influence the shear localization into the thrusts for mode 1 deforming wedges ? . . . . .	82
1.6 Conclusion . . . . .	83

---

## Résumé de l'article

Les prismes sont construits en sable et reposent sur une couche de billes de verre jouant le rôle d'un décollement faible et présentant une perméabilité similaire à celle du sable. Les prismes initialement triangulaires sont soumis à un gradient horizontal de pression à leur base afin que le champ de pression soit descriptible par un coefficient de pression  $\lambda$  homogène dans tout le prisme (Figure 1.2). Un soin particulier a été apporté à l'établissement de conditions expérimentales le plus proche possible des hypothèses de la théorie du prisme critique afin de permettre une comparaison. Le raccourcissement, induit par la traction d'un tamis situé sous la base du prisme, n'a pas excédé 10-15% de la longueur totale du décollement dans toutes les expériences car nous sommes intéressés à l'initiation de la déformation. Enfin, la déformation dans le prisme tout au long du raccourcissement a été suivie sur l'une des faces latérales du prisme par une technique de corrélation d'image (Particle Imaging Velocimetry, voir Figure 1.3). Cette analyse a été réalisée grâce à un code de PIV utilisant Matlab<sup>®</sup> ([Parker, 2009](#)) que j'ai largement adapté à ce problème.

Le suivi de la déformation nous a permis de mettre en évidence trois modes de déformation (Figure 1.7) qui dépendent fortement des deux paramètres suivant : le coefficient de pression  $\lambda$  et l'angle du prisme  $\alpha$ . Le premier mode, nommé *mode 1*, est caractérisé par la formation de rampes et rétro-chevauchements à l'arrière du prisme, tandis que pour celui nommé *mode 3*, dès 2-3% de raccourcissement, toute la déformation est concentrée dans le décollement et aucune déformation n'est observée dans le corps du prisme. Ces deux modes de déformation sont typiques de prismes sous-critiques et sur-critiques respectivement. Le dernier mode, nommé *mode 2* est intermédiaire entre les deux. Après une activation progressive du décollement accompagnée par la formation d'une rampe et d'un rétro-chevauchement à l'extrémité de celui-ci, il finit par être complètement activé. L'activation complète du décollement nécessite dans ce cas une quantité de raccourcissement plus importante que pour le *mode 3*.

La comparaison de tous les modes de déformations observés avec les prédictions de la théorie du prisme critique montre un bon accord. Cette comparaison est faite dans un plan  $\{\lambda, \alpha\}$  (Figure 1.8). Malgré ce bon accord, il faut noter que la transition entre les conditions sous-critique et sur-critique n'est pas nette comme cela est prédit par la théorie, mais continue. En effet, alors que les *modes 1* et *3* sont bien rencontrés pour des conditions (valeurs de  $\alpha$  et  $\lambda$ ) que la théorie prédit comme sous-critiques et sur-critiques respectivement, le *mode 2* est observé pour des conditions expérimentales proches des conditions critiques de stabilité décrites par la théorie du prisme critique. C'est à dire pour des conditions expérimentales, valeurs de  $\alpha$  et  $\lambda$ , dont la distance, dans le plan  $\{\lambda, \alpha\}$ , à la courbe de criticalité prédite par [Dahlen \(1984\)](#) n'est jamais supérieure à quelque fois l'incertitude sur cette courbe due aux incertitudes sur les coefficients de friction.

Enfin, il est montré que la distance au critère de stabilité, qui dépend non seulement de  $\lambda$  mais aussi de l'angle du prisme  $\alpha$ , contrôle à la fois la vitesse de propagation du décollement, notamment pour le *mode 1*, mais aussi la localisation de la déformation dans les rampes et rétro-chevauchements.



---

## Deformation and stability of over-pressured wedges - insight from sandbox models

Adeline Pons<sup>1</sup>, Régis Mourgues<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Géologie, CNRS, École normale supérieure, Paris, France

<sup>2</sup> CNRS, Université du Maine, 72085 Le Mans Cedex 09, France.

*Soumis à publication*

---

### abstract

In the well-known and widely used critical taper model of accretionary wedges, pore pressure is introduced as a first-order parameter. Despite the fact that the importance of the pore pressure on deformation is largely accepted, the theoretical predictions of the critical model has never been experimentally confirmed for over-pressured wedges. To fill this gap and to understand how pore pressure may influence deformation within a wedge, we performed scaled experiments under conditions close to the critical taper hypothesis. The wedges were built with a non-cohesive sand and lied on glass microbeads layer to insure a weak décollement. As we applied horizontally varying fluid pressure at the base of the model, the pore pressure ratio  $\lambda$  was almost constant in the whole wedge. Combining these experiments with an optical image correlation technique (Particle Imaging Velocimetry), we followed the strain in the model during the shortening. We highlighted three different modes of deformation which are strongly influenced by the pressure ratio,  $\lambda$ , and the wedge taper. Although we found a pretty good agreement between the experimental observations and the critical taper model predictions, it appears that the transition between sub-critical and super-critical conditions is not sharp as described by the critical taper model but continuous. The distance to the critical taper condition, which depends on both the topographic angle,  $\alpha$  and the pressure ratio,  $\lambda$ , seems to control the propagation rate of the décollement and the strain localization within the wedge.

### 1.1 Introduction

Fold and thrust belts and accretionary wedges form at compressive plate boundaries and are among the most intensively studied tectonic features. They form by horizontal shortening and vertical thickening of sedimentary strata in response to horizontal compression. The deformed material of these zones overly a basal detachment (décollement), which consists in a weak layer (salt, shale) and present a common triangular shape. In the 1980's, the critical taper model which mechanically addresses the stability of accretionary wedges, was developed and described in a series of influential papers ([Davis et al., 1983](#); [Dahlen, 1984, 1990](#)). According to this theory which considers accretionary wedges or fold and thrust belts as analogous to a sand wedge formed in front of a bulldozer, the apical angle of an accretionary wedge depends on both the internal and the basal resistances to frictional sliding. Among the factors governing the relative Coulomb strength of the wedge material and its sliding resistance at the base, pore fluid pressure is one of the key parameters (e.g., [Davis et al., 1983](#); [Saffer et Bekins, 2002](#)). The importance of pore

pressure on rock mechanical behavior and so on formation of geological structure was already pointed out by *Hubbert et Rubey* (1959). More recently, it has been shown that in accretionary wedges, an elevated pore pressure may maintain small taper angle of the outer part and suppress stick-slip behavior on faults (*Bangs et al.*, 1990; *Moore et Tobin*, 1997; *Saffer et Bekins*, 2002; *Saffer*, 2006; *Tsuji et al.*, 2008; *Skarbek et Saffer*, 2009).

The critical taper theory distinguishes the pore pressure on the décollement and the pore pressure in the body of the wedge. Both pore pressures have somewhat different mechanical effects. *Mourgues et Cobbold* (2006b) pointed out that pore pressure on the décollement could be replaced by a low effective coefficient of friction, however pore pressure within the wedge modifies the results of body forces and cannot be approximated by a reduced coefficient of friction. Although critical taper theory is largely accepted (*Davis et al.* (1983) cited in more than 1200 papers) and is supported by some experimental data (eg, *Davis et al.*, 1983; *Malavieille*, 1984; *Mulugeta*, 1988) and numerical studies (eg, *Stockmal et al.*, 2007; *Cubas et al.*, 2008), it seems that few people tried to verify quantitatively the theoretical predictions in the presence of pore pressure. In analogue and numerical models, people generally use slippery granular media or smooth basal plates to obtain a small basal friction and simulate the effect of pore pressure on the décollement although this technique may be questionable in case of heterogeneous basal properties (*Pons et Leroy*, 2012). But, to reproduce the body forces due to overpressure in the wedge, it is necessary to use a pore fluid. It was done by *Cobbold et al.* (2001) and *Mourgues et Cobbold* (2006b) who developed sandbox models involving pore fluid. They modeled the development of thrust wedges in homogeneous and multilayered models and they qualitatively verified some predictions of the theory, but without any systematic and precise comparison.

In the present paper, we present a set of sandbox experiments involving pore fluid pressure whose main purpose was to quantitatively verify the theoretical predictions of the critical taper model in presence of pore pressure. The experiments consisted of the shortening of an initially perfectly triangular sand wedge resting on a flat weak layer performed under the conditions of the critical taper model. The contents of this contribution are as follows. First, the critical taper model conclusions are briefly summarized. Then, the apparatus and the experimental protocol are presented. The different modes of deformation observed are described and are compared to the predictions of the critical taper model. Finally, a discussion on the parameters influencing the wedges deformation and the establishment of the décollement through time is made.

## 1.2 Theoretical Background : The Critical Taper Model

The critical taper model (*Dahlen*, 1984, 1990) treats accretionary wedges or thrust belts as growing self-similar wedges of deforming sediments, at Coulomb failure throughout. For the wedge critical taper angle, basal and internal frictional forces are balanced against gravitational forces. The total taper angle of the critical wedge (expressed as the sum of the critical surface slope,  $\alpha_c$ , and basal décollement dip,  $\beta$ ) is expressed as a function of pore pressure ratios along the basal décollement,  $\lambda_D$ , and within the wedge,  $\lambda_B$  (where  $\lambda = P_P/P_L$ , where  $P_P$  is the pore pressure and  $P_L$  is the lithostatic pressure, both referenced to the seafloor (see *Hubbert et Rubey*, 1959)); coefficients of sliding friction

along the basal décollement ( $\mu_D = \tan \Phi_D$ ) and within the wedge ( $\mu_B = \tan \Phi_B$ ); and the densities of water,  $\rho_f$ , and bulk sediment,  $\rho$ .

*Dahlen* (1984) provides an exact solution for non-cohesive wedges :

$$\alpha_c + \beta = \Psi_0 + \Psi_D \quad (1.1)$$

where  $\Psi_0$  and  $\Psi_D$  are the angles between the maximum principal stress and the surface and the décollement, respectively. Those two angles can be rewritten more explicitly in terms of the different parameters ( $\rho_f$ ,  $\rho$ ,  $\mu_D$ ,  $\mu_B$ ,  $\lambda_D$  and  $\lambda_B$ ). For a given set of parameters, when resolvable, equation (1.1) has two distinct solutions. The least of those solution corresponds to a compressive wedge associated with thrust faults whereas the other solution corresponds to an extensional regime and the formation of normal faults. In this study, only the least one will be considered as the other is not relevant in the case of accretionary wedges. Larger pore pressures, smaller friction coefficients along the décollement, and larger friction coefficients for wedge sediment all lead to smaller critical taper angles.

Depending on the value of the surface slope,  $\alpha$ , compared to the critical surface slope,  $\alpha_c$ , the theory predicts different behavior. if  $\alpha > \alpha_c$  the wedge is stable and will be referred as super-critical. If no new material is encountered, the wedge will accommodate the shortening by sliding on the entire décollement without internal deformation. On the other hand, if  $\alpha < \alpha_c$ , insufficient shear stress is generated at its base to induce failure and create a décollement. Thus, the wedge will steepen by activation or reactivation of thrusts until it reaches the critical taper angle,  $\alpha_c$ . A wedge in this case will be referred as sub-critical. It must be noted that the experimental observations show that wedge does not grow self-similarly but episodically and that the taper does not evolve steadily but oscillates around the critical value during progressive shortening when new undeformed materials are accreted and added to the wedge (e.g., *Mulugeta et Koyi*, 1992; *Koyi*, 1995). In this paper, as we focused only on the initiation of the deformation, this episodic behavior was not observed.

## 1.3 Experimental Methods

### 1.3.1 Principles and scaling of models involving fluid overpressure<sup>1</sup>

Although the importance of pore pressure on mechanical behavior of geological features has become firmly accepted by the geological community, *Cobbold et al.* (2001) were the first to combined fluid overpressure and deformation in analogue models of tectonic structures by using compressed air as fluid. This technique was improved by *Mourgues et Cobbold* (2006a,b) and *Mourgues et al.* (2009) who described and discussed in detail the scaling of such experiments.

Dimensional analysis of the equation expressing the balance of surface forces, body forces and fluid pressure shows that pore pressure and effective stresses scale in the same way (*Mourgues et Cobbold*, 2006b). The use of granular materials such as dry sand and glass microbeads is common to simulate the formation of accretionary wedges (e.g. *Davis*

---

1. L'annexe E présente brièvement le principe de similitude et l'analyse dimensionnelle.

*et al.*, 1983; *Malavieille*, 1984; *Mulugeta*, 1988; *Schreurs et al.*, 2006) and is suitable to simulate non-cohesive Coulomb wedges in the conditions of the critical taper model. For the fluid, *Mourgues et Cobbold* (2006b) showed that it is impossible to scale the coupling between pore pressure, fluid flow and deformations. Nevertheless, it is possible to apply a stationary pore fluid pressure field within a sand wedge by injecting compressed air or water at its base. Because the permeability of the sand is high enough, transitory variations of pore pressure due to deformations of the solid matrix are negligible. Thus the pore pressure field is controlled only by the boundary conditions and easily monitored. For our experiments we used air as a pore fluid for practical convenience.

### 1.3.2 Apparatus and Materials<sup>2</sup>

Each model was constructed in a box which is delimited by three walls (Figure 1.1) : two side-walls which are glass made and a fixed back-wall which is covered with sandpaper in order to insure a high back-wall friction. This choice is motivated by the works of *Souloumiac et al.* (2010) and *Pons et Leroy* (2012) who showed that a too small back-wall friction induces a small divergence between wedge stability and Dahlen's exact solution.

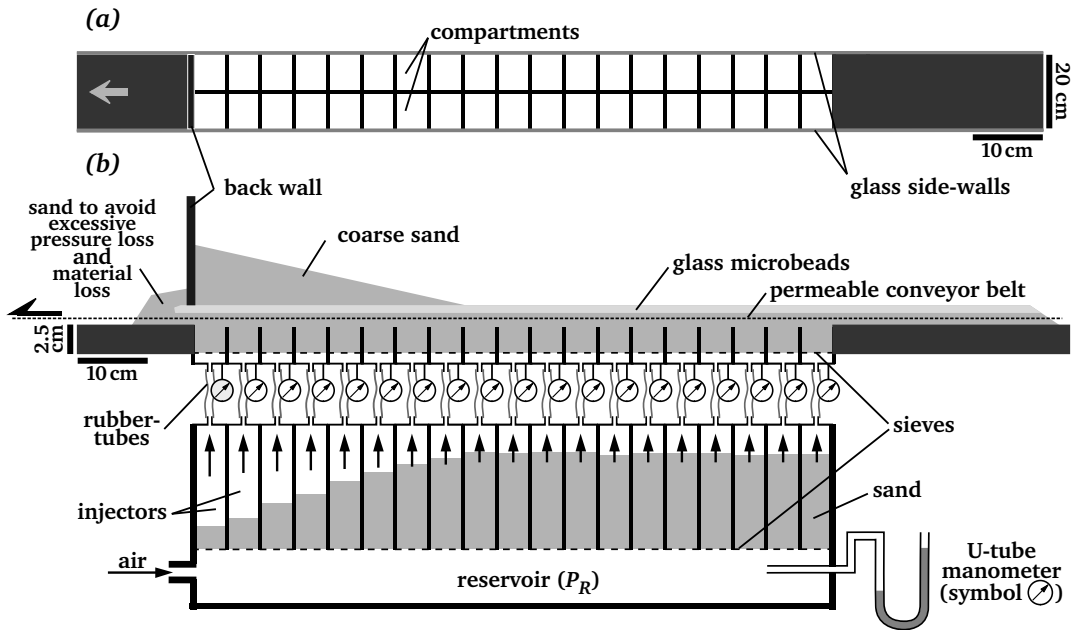


FIGURE 1.1 – Schematic top view (a), and side view (b) of the apparatus. The pressure field into the model is adjusted using compressed air that is injected in the reservoir and modifying the height of sand in the 38 injectors. These injectors are situated just above the reservoir and are connected to the base of the model. The pressure at the base of the model is controlled using a series of U-tube manometers.

2. L'annexe F.1 propose une description du set-up expérimental un peu plus détaillée.

In all experiments, shortening was imposed by pulling a basal permeable conveyor belt. There was an exit slot (1 cm high) between the basal sheet and the fixed back-wall (Figure 1.1).

The models rested on an array of 38 rectangular compartments (10 cm wide and 5 cm long). Each compartment could provide a different fluid pressure which was monitored with a U-tube manometer (Figure 1.1b). These compartments were linked by rubber-tubes to a series of 38 injectors (10 cm wide, 5 cm long and 20 cm high) that rested above a reservoir of compressed air whose pressure,  $P_R$ , was also measured with a U-tube manometer (Figure 1.1b). Each injector was filled with a different thickness of sand to regulate the fluid flow and to control the fluid pressure at the base of the model (*Mourgues et Cobbold, 2006b; Mourgues et al., 2009*).

To construct the model, we used two kind of granular materials : a coarse quartz sand (99.87% of quartz) of median grain size  $\sim 300 \mu m$  with 96% in mass of grain sizes comprised between  $150 \mu m$  and  $425 \mu m$ ; and spherical glass microbeads with a grain size varying between 180 and  $300 \mu m$ . The physical properties of the two granular materials used in our study are summarized in Table 1.1. As granular material properties depend on the method of deposition (*Lohrmann, 2003*), all properties were measured for materials poured in the same way as for the model construction. Frictional properties were measured with a Casagrande shear box and permeability with a constant head permeameter. The sand and the microbeads have very similar permeabilities but different coefficient of friction. Consequently, the lower strength of the décollement was only ensured by the frictional properties and not by the pore pressure contrast and the pressure ratios in the décollement and into the wedge were identical in our model :  $\lambda_D = \lambda_B$ . This pore pressure ratio will be reported as  $\lambda$ .

Material	Density [g.m <sup>-3</sup> ]	Permeability [D]	Angle of friction [deg]
coarse sand	1560 $\pm$ 10	85	36 $\pm$ 1
glass microbeads	1685 $\pm$ 10	94	26 $\pm$ 1

---

TABLEAU 1.1 – Physical properties of the materials used in the models.

---

### 1.3.3 Models Construction and Deformation

The experiments consisted of the shortening of an initially perfectly triangular sand wedge resting on a flat weak layer composed of glass microbeads (Figure 1.1b) and acting as a décollement.

Models were constructed as follows : 1. deposition of one layer of sand (approximately 4 cm thick) which smooths the pressure step induced by the difference of pressure between to adjacent compartments; 2. deposition of one layer of glass microbeads (5 mm thick); and 3. construction of the triangular sand wedge (Figure 1.1b). To construct the triangular shape, the surface was scraped with a thin wooden sheet in order to obtain a plane surface. Using this protocol, we estimated a precision on the topographic slope  $\alpha$  of  $\pm 1^\circ$ . For the different phases of deposition except for the first few millimeters of sand above the glass microbeads, sand or microbeads, were poured from a height of  $\sim 20$  cm. For the first few millimeters of sand above the glass microbeads, the sand was poured from a much lower

height ( $\sim 5$  cm) to avoid deformation of the microbeads layer. In all the experiments, the top of the glass microbeads layer corresponded to the bottom of the back-wall to insure that the décollement initiated inside the weak layer (Figure 1.1b). For all experiments, the dip of the décollement was  $\beta = 0^\circ$ . Four different values of the topographic slope,  $\alpha$ , were used :  $2.5^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $7.5^\circ$  and  $15^\circ$ . The size of the wedges was chosen in order to have comparable frictional forces on the side-walls for all the experiments. These forces are proportional to lateral surface of the wedge times the height of the wedge at its the back. Thus, for a given  $\alpha$  corresponded an unique wedge size (see Table 1.2).

The permeable conveyor belt was positioned in the sand layer below the glass microbeads layer. It was pulled using a screw driven by a computer-controlled electric motor. The shortening speed was  $22.5 \text{ cm.h}^{-1}$ . It must be noted that the exit slot between the base and the back-wall represented a way out from the model for the air, so in order to avoid an excessive discharge of air, a sand mass was put behind the back-wall (Figure 1.1b). During the experiments the space created just behind the back-wall by the displacement of the conveyor belt was episodically refilled with sand to maintain this mass as constant as possible and to avoid pressure change.

We performed 22 shortening experiments on models constructed as described above. They were labeled  $M.X$  where  $X$  is a number between 1 and 22. At the beginning of each experiment, a new sand wedge was constructed and the pressure field was set up. This step which was the most important of our experiments is described in section 1.3.4. The amount of shortening for each experiment varied between 20 and 65 mm. Such a small

Name of the experiment	Surface slope $\alpha$ [deg]	Wedge dimensions Height $\times$ Length [cm $\times$ cm]	Mean pressure ratio $\bar{\lambda}$ [ $\pm 0.02$ ]	$\sigma_\lambda$ in % of $\bar{\lambda}$	Total amount of shortening [mm]
<i>M.6</i>	15	$6.5 \times 24.3$	0	0	65
<i>M.7</i>	5	$3.7 \times 42.3$	0	0	53
<i>M.8</i>	5	$3.7 \times 42.3$	0.86	4.7	23
<i>M.12</i>	7.5	$4.3 \times 32.7$	0.82	4.3	20
<i>M.13</i>	7.5	$4.3 \times 32.7$	0.78	4.9	30
<i>M.14</i>	7.5	$4.3 \times 32.7$	0	0	28
<i>M.15</i>	5	$3.7 \times 42.3$	0.40	4.3	28
<i>M.16</i>	5	$3.7 \times 42.3$	0.65	4.6	28
<i>M.17</i>	2.5	$3 \times 68.7$	0	0	45
<i>M.18</i>	2.5	$3 \times 68.7$	0.63	4.8	45
<i>M.20</i>	2.5	$3 \times 68.7$	0.89	4.3	45
<i>M.21</i>	5	$3.7 \times 42.3$	0.20	4.9	50
<i>M.22</i>	5	$3.7 \times 42.3$	0.81	4.1	50

TABLEAU 1.2 – Geometry, pressure conditions and amount of shortening for all the experiments.

shortening was applied because we wanted to study the initiation of deformation into the wedge. Among all the experiments performed, only 13 presented experimental conditions close enough to the conditions described in the critical taper theory. In particular, the pressure field had to be characterizable by a homogeneous value of  $\lambda$  in the wedge. The characteristics of all the experiments are summarized in table 1.2.

#### 1.3.4 Set-up of the pressure field in the models

The pressure field set-up was the key step of our experiments. As previously mentioned, the pressure field within the model only depended on boundary conditions : the permeability distribution in the model, the geometry of the wedge and the pressures in the basal compartments which depended on  $P_R$  and the height of sand in each injector. Thus, the pressure field was adjusted by modifying  $P_R$  and the height of sand in the injectors and was controlled by a custom made 2D numerical application which calculates the pore pressure distribution in the model (Figure 1.2a). This application which takes as inputs the pressures measured in the basal compartments, the topography and the permeability distribution in the model, solves the equations of a steady 2D fluid flow in a porous medium using the finite volume method (Patankar, 1980).

The height of sand in each injector was adjusted before starting each experiment and kept constant during the shortening. The pressure field was considered as constant during the shortening because, as we applied only a small amount of shortening, the deformation and so the permeability distribution did not change. Moreover, the pressures in the basal compartments which were measured during the shortening remained constant.

The value of  $\lambda$  in the model was calculated using the calculated pressure field and the definition of  $\lambda$  given in section 1.2 (Figure 1.2b). We calculated the distribution of

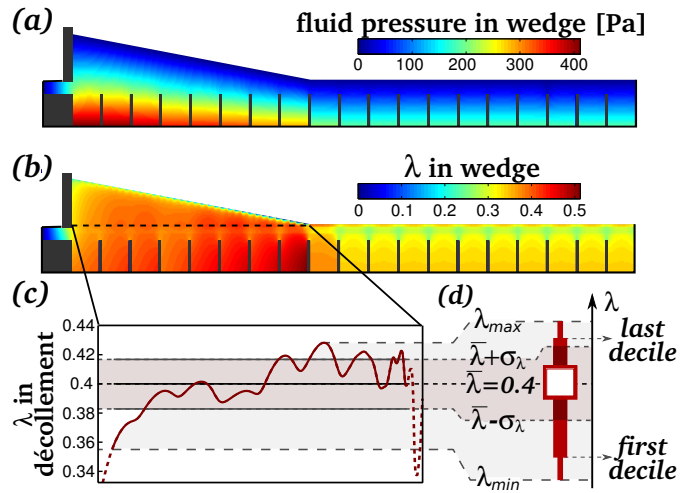


FIGURE 1.2 – (a) Pressure field distribution in the model for experiment *M.15* calculated using our 2D numerical application based on the finite volume method. (b) represents the corresponding distribution of  $\lambda$ . The graph in (c) shows the value of  $\lambda$  along the décollement (dashed line in (b)) and the informations characterizing its distribution : the mean value  $\bar{\lambda}$ , the standard deviation  $\sigma_\lambda$ , the minimum  $\lambda_{min}$  and the maximum  $\lambda_{max}$  of  $\lambda$ . To characterize this distribution, 5% of the wedge length have been removed to it near the back-wall and near the front of the wedge which are subjected to strong side effect in pressure calculation. The way all these informations and the first and the last deciles will be represented in Figure 1.8 is explained in (d).

$\lambda$  in the entire wedge and characterized its spatial variability for each experiment. This characterization is illustrated in Figure 1.2. As the wedges were homogeneous and the pore pressure was controlled only by the boundary conditions, the variability of  $\lambda$  at the décollement level completely characterized its variability in the whole wedge. Thus, we concentrated on the values of  $\lambda$  just above the glass microbeads layer (black dashed line in Figure 1.2b). The distribution of  $\lambda$  along this section is represented on Figure 1.2c. We removed to this distribution 5% of the wedge length (between 1.2 and 3.4 cm depending on the value of  $\alpha$ ) near the back-wall and near the front of the wedge (Figure 1.2b) which were subjected to side effects for pressure and  $\lambda$  calculation. The effect was stronger near the front, because the square grid used for the pressure field calculation could not match nicely the discontinuity in the topography near the front. From the remaining  $\lambda$ -series, we calculated the mean value,  $\bar{\lambda}$ , and the standard deviation,  $\sigma_\lambda$ . Taking the example of the experiment *M.15* shown in Figure 1.2, we got  $\bar{\lambda} = 0.40$  and  $\sigma_\lambda = 0.017$ . We also measured the minimum, the maximum, the first and the last deciles (Figure 1.2d). For the comparison with the critical taper model predictions, we considered only experiments whose  $\sigma_\lambda$  of the  $\lambda$ -series is less than 5% of  $\bar{\lambda}$ . Therefore, the experiment presented in Figure 1.2 (*M.15*) was considered.

### 1.3.5 Deformation Analysis using Particule Imaging Velocimetry

2D deformation on the side of the sandbox was monitored by Particle Imaging Velocimetry (PIV) which is a powerful tool to study deformation in analogue models (*Adam et al., 2005*).

#### 1.3.5.1 PIV Technique<sup>3</sup>

PIV is an optical, non-intrusive method for non-linear flow and deformation visualization based on optical image correlation techniques. Since PIV operates on the image texture, use of markers are not needed (*White et al., 2003*). Images through one sidewall of the sandbox was recorded using a computer-controlled high resolution camera. The time interval between two photographs was  $dt = 4$  s. It corresponded to an amount of shortening of 0.25 mm.

The displacement field in the sand wedge was computed by minimizing cross-correlation from the translation of some sand particle patterns in successive images (e.g. *White et al., 2003*). In order to reduce the importance of the noise compared to the calculated displacement, we computed it for images separated by  $\Delta t = 3dt = 12$  s. Thus, the displacement calculated corresponded to the average displacement over 0.75 mm of shortening. Local displacement vectors were calculated for small sub-samples of the images called interrogation windows. The digital cross-correlation of the particle pattern yielded to a spatial average of the local displacement vector  $(u_x, u_y)$  over the size of the sub-sample. In our case, these interrogation windows were squares with a side size of 30 pixels. They corresponded to a sand particle from 5 to 15 mm wide depending on the total size of the wedge. They were taken on a square grid ( $n \times m$ ), then the complete displacement field consists of the  $n \times m$  average displacement vectors of all the sub-samples. The spatial resolution of the displacement field corresponds to the resolution of the grid (from

---

3. Plus de détails sur le principe de la PIV pourront être trouvé en annexe F.3.



5 to 15 mm depending on the experiment) and the resolution in term of displacement was 0.1 pixel which correspond to 0.1 to 0.5 mm.

The displacement vector field (components  $u_x$  and  $u_y$ ) which is an instantaneous displacement formed the basis for further calculations of the strain tensor components ( $E_{xx}$ ,  $E_{yy}$  and  $E_{xy}$ ) and the rotational shear  $rot_z = \partial u_y / \partial x - \partial u_x / \partial y$  (see Figure 1.3).

The displacements, the strain tensor components and the rotational shear during the complete shortening, were calculated for all the experiments. As the rotational shear (Figure 1.3d) has a better contrast than any other strain component (Figure 1.3c) and that all of them are representative of the wedge deformation we will focus on the rotational shear.

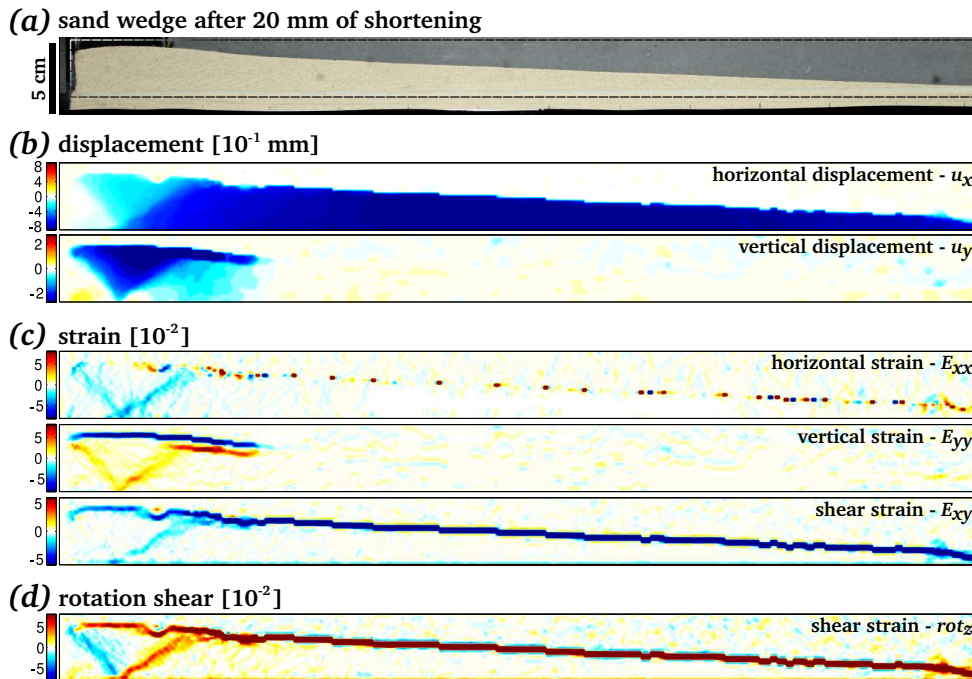


FIGURE 1.3 – Analysis of the deformation for the experiment *M.17* after 20 mm of shortening. On the photo of the wedge at this stage of shortening (a), the rectangle defines the area analysed with the PIV technique. PIV technique provides the 2D-displacement (b) from which the three component of the strain tensor (c) and the rotational shear (d) are derived. The horizontal and vertical velocities are positive when oriented to the right and to the bottom, respectively.

#### 1.3.5.2 Deformation Analysis During the Shortening

For each experiment, PIV provides a map of the deformation within the wedge averaged over 0.75 mm of displacement every 0.25 mm of shortening. The evolution of rotational shear ( $rot_z$ ) during the shortening for the experiment *M.7* ( $\alpha = 5^\circ$  and  $\lambda = 0$ ) is shown in Figure 1.4a. Deformation maps are presented every 6 mm of shortening. Using these

deformation maps, we can study the propagation of the décollement and characterize the internal deformation.

The length,  $D$ , of the active part of the décollement is measured on the deformation maps as shown in Figure 1.4b. This part corresponds to the red line (high  $rot_z$ ) at the base of the wedge starting from the back-wall. We normalized this length by the initial total length of the décollement,  $L_D$ , and called it  $\tilde{D}$ .  $\tilde{D}$  is plotted as a function of the amount of shortening in mm and also as a function of the amount of shortening normalized by  $L_D$  (solid line in Figure 1.4c). The amount of shortening corresponding to each map shown in Figure 1.4a are represented by the vertical dashed lines in Figure 1.4c.

On Figure 1.4a we can see that the internal deformation mostly occurs by thrusting (warm color in Figure 1.4a) and back-thrusting (cold color in Figure 1.4a). For a short-

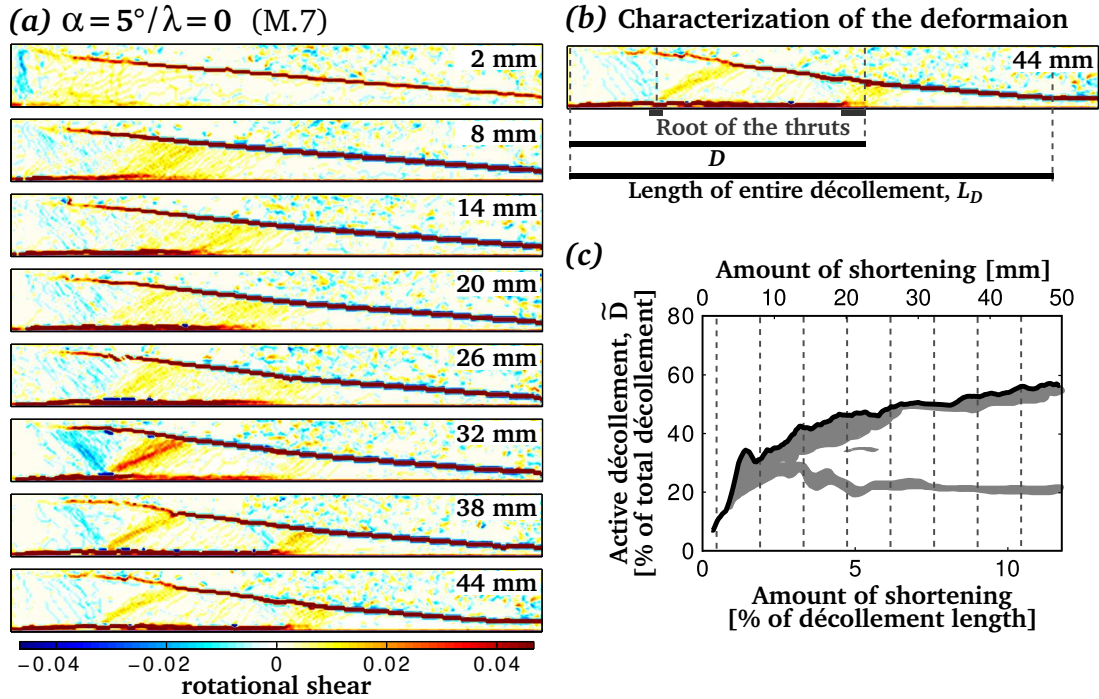


FIGURE 1.4 – (a) Rotational shear ( $rot_z$ ) for different amount of shortening for the experiment M.7 ( $\alpha = 5^\circ$  and  $\lambda = 0$ ). The amount of shortening corresponding to each deformation map is indicated in its right upper corner. (b) illustrates the measurement of the different parameters characterizing the deformation : the length of active décollement ( $D$ ), the length of the entire décollement ( $L_D$ ) and the location of the active thrusts root. The percent of the active décollement,  $\tilde{D} = D/L_D$  (solid lines) and the locations of the active thrusts roots (gray areas below the curves) are represented as a function of the amount of shortening in mm (top axis) and of the amount of shortening normalized by the initial length of the décollement (bottom axis) (c). Each vertical dashed lines in (c) corresponds to one deformation map shown in (a).

tening greater than 30 mm, well defined thrusts and back-thrusts are observed, whereas for smaller shortening, they are more diffuse. This internal deformation will be characterized by the position of the root of the active thrusts. We determined these positions by monitoring the value of  $rot_z$  just above the décollement and by using the criterion :  $rot_z \geq rot_z^{min}$ . For the experiment *M.7*, this threshold equaled 0.1. An example of this measurement is provided in Figure 1.4b. If the deformation is more diffuse, the root is larger. In Figure 1.4c the position of the root of the active thrusts is represented by the gray areas below the solid line.

$\tilde{D}$  and the position of the active thrusts root were measured for all the experiments during the entire shortening and will be represented in the same way in what follows.

## 1.4 Experimental Results

In the following, we first present results concerning the propagation of the décollement and the internal deformation for all the experiments. Then, the three different modes of deformation identified to accommodate the shortening are described.

### 1.4.1 Propagation of the Active Décollement and Position of the Thrusts Root

Figure 1.5 compiles the evolution of  $\tilde{D}$  as a function of the normalized amount of shortening for all the experiments. The décollement was considered as entirely activated as soon as  $\tilde{D}$  reached 95% of the décollement initial length (horizontal dashed line in Figure 1.5). This criterion was considered for two reasons : 1 - the wedge tip may be not perfectly triangular because of the construction protocol and this may induce some disturbance in the deformation mode near the front ; 2 - if the activation of the décollement was not instantaneous, because of the shortening, the final length of the décollement was smaller than its initial length, and then  $\tilde{D}$  was underestimated. From the final value of  $\tilde{D}$  and its evolution, three different types of behavior were identified. These are characterized by three different colors in Figure 1.5. These modes seem to be strongly dependent on the experimental conditions (values of  $\alpha$  and  $\lambda$ ) and their main characteristics are the following :

*Mode 1* (red curves in Figure 1.5) : it is principally associated with experiments presenting low  $\alpha$  or low  $\lambda$ . At the beginning of the shortening ( $< 2\%$ ),  $\tilde{D}$  increases rapidly until it equals approximately 20-30%, and then increases slowly. The propagation rate is not constant and the décollement seems to develop by steps as already observed by *Koyi (1995)* and *Koyi et Vendeville (2003)*. We observe two scales in the irregularities of this evolution (see for instance *M.18* in Figure 1.5) : a very small one which is likely to be due the measurement uncertainty and a larger one which might be associated to a change in thrust position (ascending parts) and the accommodation of the shortening on a thrust (stable or descending parts as the foot-wall indents the back of the wedge). In spite of this fluctuating evolution, the mean propagation rate  $\bar{v}_D$  of the décollement is almost the same for all the experiments :  $\bar{v}_D = 2v_s$  (where  $v_s$  is the shortening speed), except for experiment *M.15* ( $\alpha = 5^\circ$  and  $\lambda = 0.40$ ) for which the first stage corresponding to a rapid increase is longer.

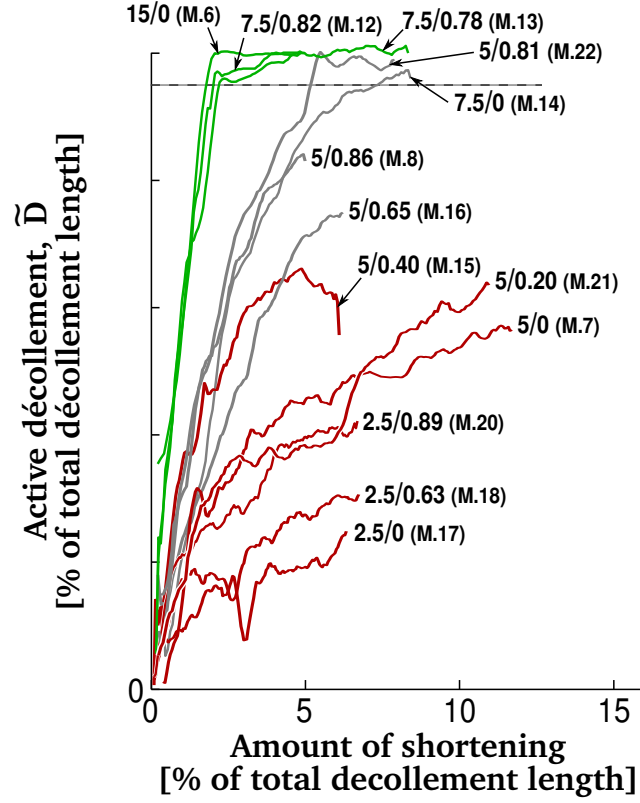


FIGURE 1.5 – Percent of the active part of the décollement,  $\tilde{D}$ , as a function of the amount of shortening normalized by the total length of the décollement for all the experiments. For each experiment, values of  $\alpha$  and  $\lambda$  and the experiment name are indicated as  $\alpha/\lambda$  (M.XX). The color depends on the mode of evolution of  $\tilde{D}$  : red, gray and green for *mode 1*, *mode 2* and *mode 3* respectively (see Section 1.4.1 for details).

*Mode 2* (gray curves in Figure 1.5) : it is observed for intermediate values of  $\alpha$  and  $\lambda$ .  $\tilde{D}$  increases quite linearly until it equals approximately 70-80 %, then the propagation rate slightly decreases until the entire décollement is activated. The velocity,  $\bar{v}_D$ , of the first linear phase varies between  $15 v_s$  and  $30 v_s$  depending on the experiment. The amount of shortening  $s_a$  needed to complete the entire activation of the décollement varies from 5 % for experiment M.22 to 7.5 % for experiment M.14. For experiments M.8 and M.16, the décollement was not entirely activated because the shortening was not long enough. Nevertheless, we can estimate  $s_a$  to 7.5 % and  $\sim 10$ -15 %.

*Mode 3* (green curves in Figure 1.5) : it is observed for experiments presenting either high  $\alpha$  or high  $\lambda$ , the décollement is entirely activated before the shortening reaches 2 % and  $\bar{v}_D$  is greater than  $50 v_s$ . In other words, the whole décollement is almost immediately activated.

The distinction between *modes 1* and *2* is not obvious in Figure 1.5, but becomes clearer looking at the internal deformation and the presence or not of thrusts at the back of the wedge (Figure 1.6). Figure 1.6 shows that experiments deforming by *mode 1* (M.7, M.17, M.18 and M.20) present at least one thrust at the back of the wedge whereas the experiments deforming by *mode 2* (M.14, M.16 and M.22) don't. This figure also shows that both internal deformation and propagation of the décollement present a strong dependency on both parameters  $\alpha$  and  $\lambda$ . For instance, the thrust situated at the back of the wedge for experiment M.20 ( $\alpha = 2.5^\circ$  and  $\lambda = 0.89$ ) disappears for M.22 and M.12 for which  $\alpha$  is higher and  $\lambda$  approximately identical. The effect of an increase of  $\lambda$  is similar (Figure 1.6b). The position of the active thrust at the back of the wedge does not depends on the value of  $\lambda$  but more likely on the geometry of the wedge ( $\alpha$ ). Indeed, the three experiments shown in Figure 1.6a ( $\alpha = 2.5^\circ$ ), present a thrust rooting at a distance measured from the back-wall of approximately 10% of the initial décollement length and two of them (for  $\lambda = 0$  and  $\lambda = 0.63$ ) present a plateau in the evolution of  $\bar{D}$  at a distance of approximately 20%. The latter even presents a thrust at this position after 5% of shortening. On the other hand, the for the experiment M.7 ( $\alpha = 5^\circ$ ), the thrust is observed at a distance of approximately 20%. All these observations are consistent if the dips of the thrusts and back-thrusts remain similar whatever the geometry of the wedge which seems to be the case.

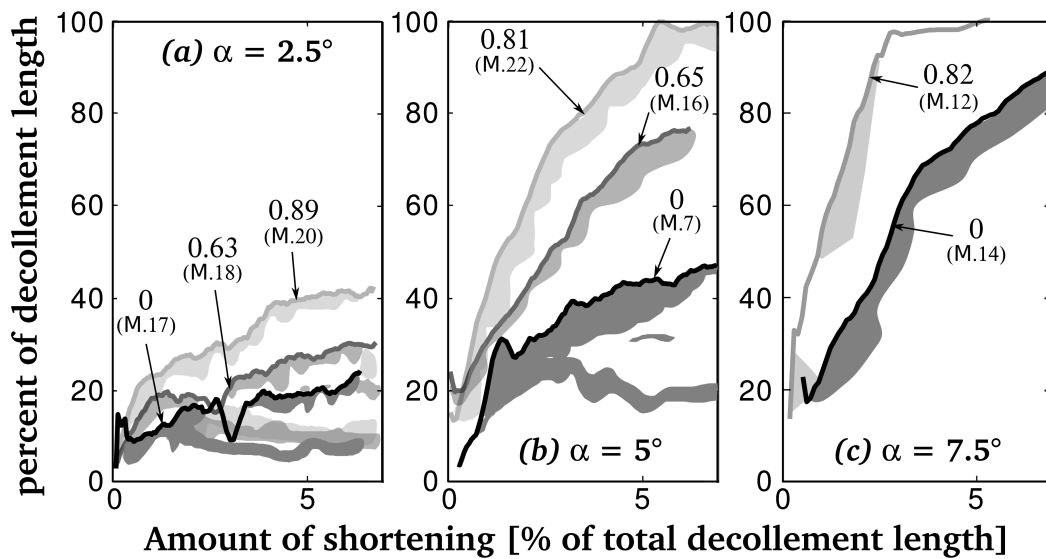


FIGURE 1.6 – Percent of the active part of the décollement (solid lines) and positions of the active thrust roots (gray areas below the curves) as a function of the normalized amount of shortening for 8 different experiments. The three sub-figures correspond to different values of  $\alpha$  and the different curves to different values of  $\lambda$  which are indicated. The gray scale is for the value of  $\lambda$ . Darker the curve, smaller the  $\lambda$ . The mode of deformation strongly depends on both parameters  $\alpha$  and  $\lambda$ . Increasing either  $\alpha$  or  $\lambda$  makes disappear the thrusts at the back of the wedge.

### 1.4.2 The Modes of Deformation

The three modes of deformation identified in Figures 1.5 and 1.6 may be illustrated by Figure 1.7 which presents displacements and rotational shear for experiments *M.20*, *M.22* and *M.12*. All these experiments were performed for  $\lambda$  of approximately 0.85 and for  $\alpha$  equals  $2.5^\circ$ ,  $5^\circ$  and  $7.5^\circ$ , respectively. The three modes of deformation can be summarized as follows :

*Mode 1* (Figure 1.7a) : the shortening is accommodated by a partial activation of the décollement and the activation of one or several thrusts which can root anywhere on

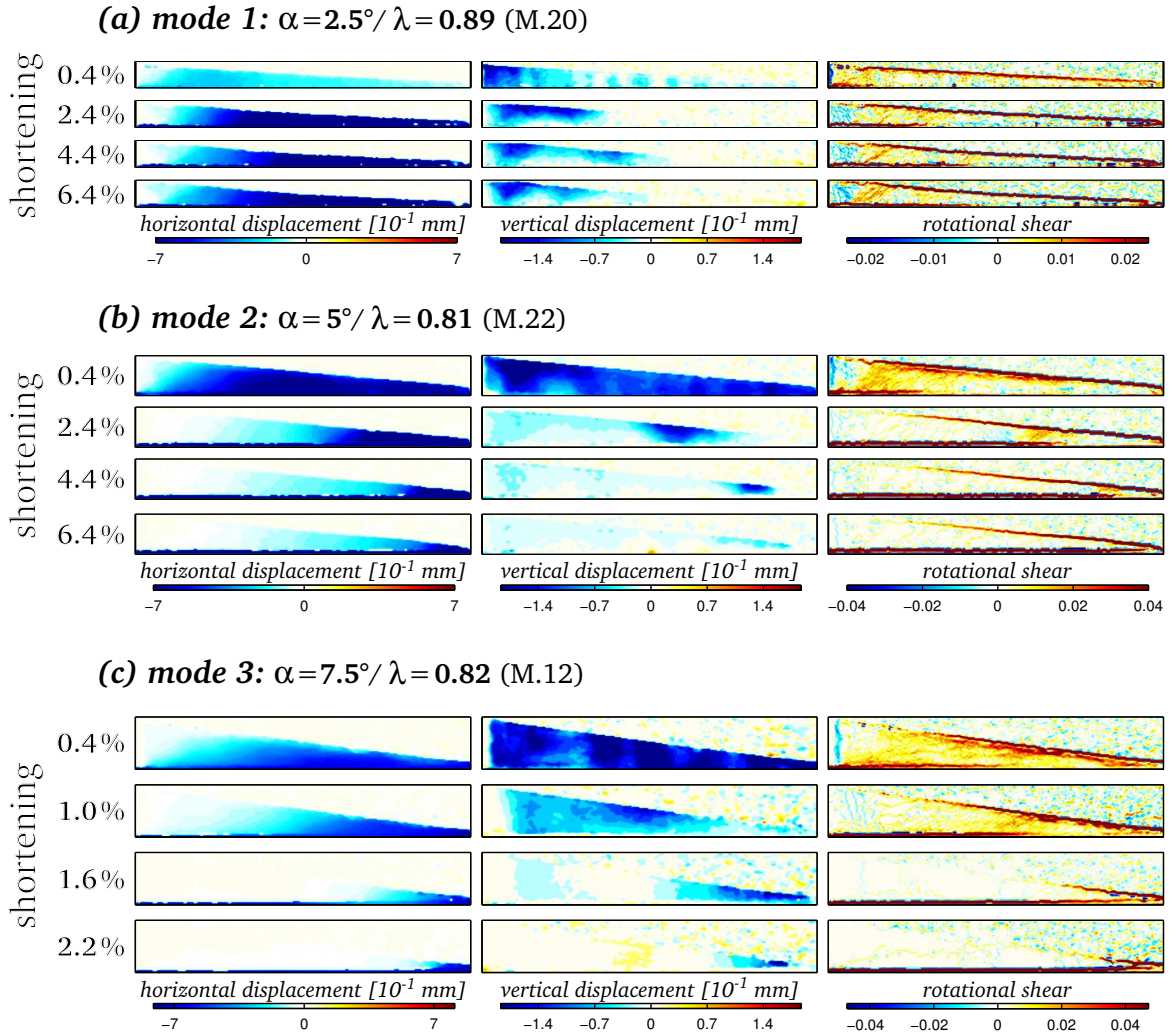


FIGURE 1.7 – Horizontal and vertical displacement and rotational shear for different amount of shortening for the experiments *M.20*, *M.22* and *M.12*. They illustrate the three modes of deformation observed. They correspond to similar  $\lambda \sim 0.85$  and different  $\alpha$ .

the active part of the décollement. This mode of deformation fits to the sub-critical wedge described by the critical taper theory [Dahlen \(1984\)](#).

*Mode 2* (Figure 1.7b) : the décollement propagates in a stepwise manner until it is entirely activated. A frontal thrust and its conjugate back-thrust systematically form at the tip of the décollement during its growth. No other thrust appears at the back of the wedge.

*Mode 3* (Figure 1.7c) : this mode is similar to *mode 2* except that the décollement propagates in one step and the deformation around the tip remains diffuse and does not localize on a well defined frontal thrust. This mode corresponds to the deformation of the super-critical wedge described in the critical taper theory.

## 1.5 Discussion

### 1.5.1 Comparison with the theory

The principal purpose of this study was to compare experimental results to the predictions of the critical taper theory including the pore fluid pressure effects ([Dahlen, 1984](#)) in order to validate this aspect of the theory which has never been tested experimentally. The main effort has been put on the experimental conditions in order to allow a direct comparison between our results and the predictions of the theory. First, the experiments could be completely described by the same parameters as the ones used in the critical taper theory : the surface slope ( $\alpha$ ), the basal slope ( $\beta = 0^\circ$  for our experiments), two friction angles ( $\Phi_B$  and  $\Phi_D$ ) and two pressure ratios ( $\lambda_B$  and  $\lambda_D$  which are identical in our experiments). Then, as we applied only small amount of shortening to the models those parameters did not vary during a model run. Although our experiments are quite similar to those of [Cobbold et al. \(2001\)](#) and [Mourgues et Cobbold \(2006b\)](#), our relatively simple experimental conditions were better constrained and thus the experiments match the critical taper theory hypothesis.

The mode of deformation observed for all the experiments are represented in Figure 1.8 as a function of the topographic angle,  $\alpha$ , and the pressure ratio,  $\lambda$ . These results are compared to the exact solution for the critical taper ([Dahlen, 1984](#)) corresponding to the friction angle of our two granular materials. The black curve in Figure 1.8 corresponds to the critical taper for  $\Phi_B = 36^\circ$  and  $\Phi_D = 26^\circ$  and the gray area takes into account the uncertainty on the friction angles (Table 1.1).

The critical taper theory states that wedges under experimental conditions ( $\alpha$  and  $\lambda$ ) belonging to the surfaces below or above the critical taper curve represented in Figure 1.8 must be sub-critical (*mode 1*) or super-critical (*mode 3*), respectively. The experimental results are in agreement with the theory. Indeed, except for experiment *M.20*, the observed mode of deformation of the experiments deforming by *mode 1* and *mode 3* perfectly matches to the prediction of the critical taper theory for the average experimental conditions and its associated uncertainties. Concerning the experiment *M.20*, although its average experimental conditions are above the critical taper curve, as the uncertainties on  $\lambda$  and  $\alpha$  largely cover conditions theoretically leading to sub-critical wedge, the observations remains consistent with the theory.



The case of the wedges deforming by *mode 2* requires more considerations. They are encountered for experimental conditions really close to the the conditions of the critical taper transition. For those experiments, as described in section 1.4, no internal deformation or thrust is located backward the tip of the décollement during its propagation and as soon as the décollement is entirely activated the wedge slides on the décollement without internal deformation. Moreover, a negative correlation between  $s_a$ , the amount of shortening needed to activate the entire décollement, and the distance to the theoretical

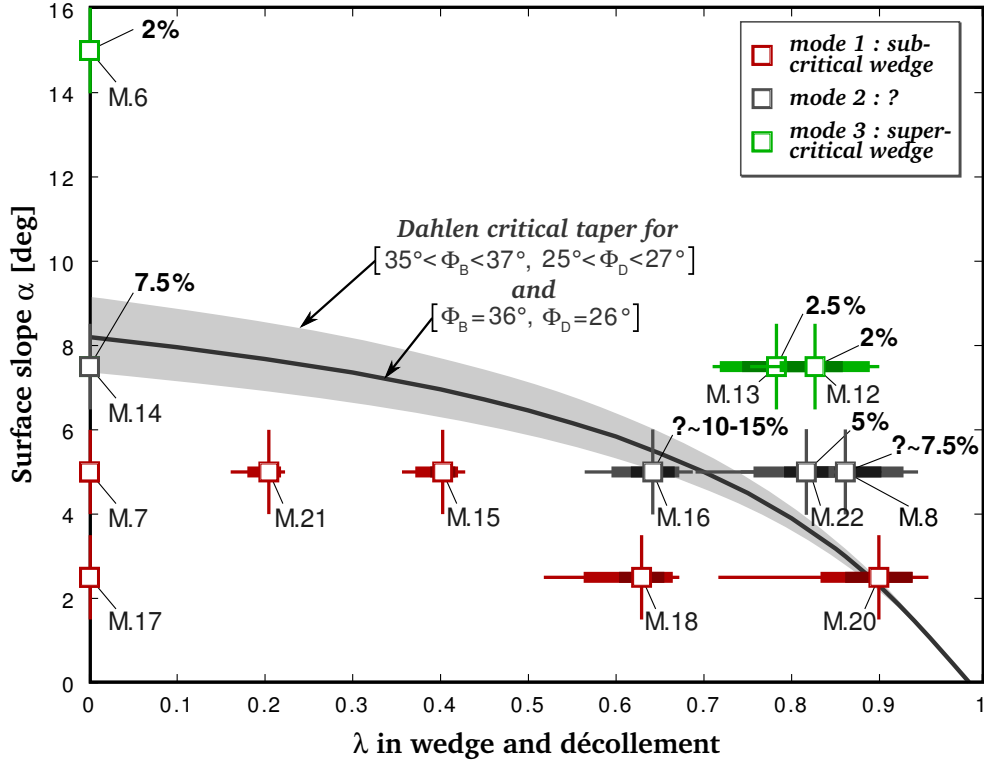


FIGURE 1.8 – The mode of deformation for all the experiments is represented in the plane as a function of the topographic slope,  $\alpha$ , and the pressure ratio  $\lambda$  which is identical into the wedge and in the décollement. The color corresponds to the mode of deformation : red, gray and green are for *mode 1*, *mode 2* and *mode 3*, respectively. Error on the value of  $\lambda$  is represented as explained in Figure 1.2d, and the error on  $\alpha$  is  $\pm 1^\circ$ . The black curve shows the exact solution for the critical taper for  $\Phi_B = 36^\circ$  and  $\Phi_D = 26^\circ$  (Dahlen, 1984). The gray area corresponds to the exact solution for critical taper considering the uncertainty coming from the friction angle measurement. For experiments whose décollement is entirely activated at the end of the experiment (*mode 2* and *mode 3*), the shortening,  $s_a$ , needed to complete its activation is given in %. A good agreement between observations and the predictions of theoretical predictions is found.



transition conditions is also observed (Figure 1.8). Finally, a closer look at Figure 1.5 shows that the linear phase of the décollement propagation is composed of steps for which the décollement propagates rapidly separated by short episodes of slower propagation. The velocities of the rapid and slow phases of the décollement propagation are very similar to those encountered for wedges deforming by *mode 3* and *mode 1*, respectively. Thus, it seems that during its propagation the décollement jumps from one thrust to another. All these observations suggest that this mode perfectly makes the transition between the two other modes. And the deformation observed is consistent with the critical wedge which is everywhere at the verge of Coulomb plastic failure. It should be noted that in contrast to the critical transition described by [Dahlen \(1984\)](#), the transition between *mode 1* (sub-critical wedges) and *mode 3* (super-critical wedges) is not sharp. Few factors might explain this difference : first, the theory applies to infinite wedges implying a scale independence of the problem which is unrealistic in particular close to the back-wall ; then, in contrast to the theory assumptions, the materials are not entirely described by a single friction angle as granular materials usually present softening.

Finally, all our experimental results present a good agreement with the critical taper theory. However they highlight some limits of the theory. Indeed, the critical taper theory gives no information about the establishment of the deformation : how much shortening does the wedge need to reach a state of stable sliding for both sub and super-critical conditions ? This point is not surprising because the critical taper angle is established considering the static equilibrium of the wedge. But, as far as we know, this aspect is not specifically addressed in either experimental or theoretical studies

### 1.5.2 What does influence the shear localization into the thrusts for *mode 1* deforming wedges ?

Among all the experiments deforming by *mode 1*, the shear localization into the thrust, and thus the thickness of the thrusts, is very variable (Figure 1.9). We observed that for higher  $\lambda$ , the deformation is less intense and localizes less sharply which is perfectly illustrated by the experiments with  $\alpha = 2.5^\circ$ . Indeed, in Figure 1.9a (exp. *M.17*,  $\lambda = 0$ ), the single thrust and its associated back-thrust are intense and well localized whereas the shear bands observed in Figure 1.9b (exp. *M.18*,  $\lambda = 0.63$ ) and Figure 1.9c (exp. *M.20*,  $\lambda = 0.89$ ) are less intense and localized. They are very diffuse in Figure 1.9c. Such phenomenon was already pointed out by [Mourgues et Cobbold \(2006b\)](#) who concluded that deformation becomes more diffuse for high fluid overpressure. This tendency is less clear for experiments with  $\alpha = 5^\circ$  (Figures 1.9d-f) but it may be due to the smallest pore pressure involved ( $\lambda = 0.4$  for experiment *M.15*). If we compare experiments *M.17* and *M.7* (Figure 1.9a and Figure 1.9d), the pore pressure is clearly not the only parameter influencing the shear localization. These both wedges were deformed under hydrostatic conditions but, in experiment *M.7*, the shear deformation is less localized and more comparable to experiment *M.18* ( $\alpha = 2.5^\circ$  and  $\lambda = 0.63$ ). Comparing Figures 1.8 and 1.9, the distance from the experimental conditions to the critical taper conditions could be proposed as an alternative parameter controlling shear deformation in wedges deforming by *mode 1*. We define this distance by the length of the segment joining the point characterizing the experiment and the critical taper curve and which is perpendicular to this curve. According to Figure 1.8, the experiments can be classified in 3 groups : ex-

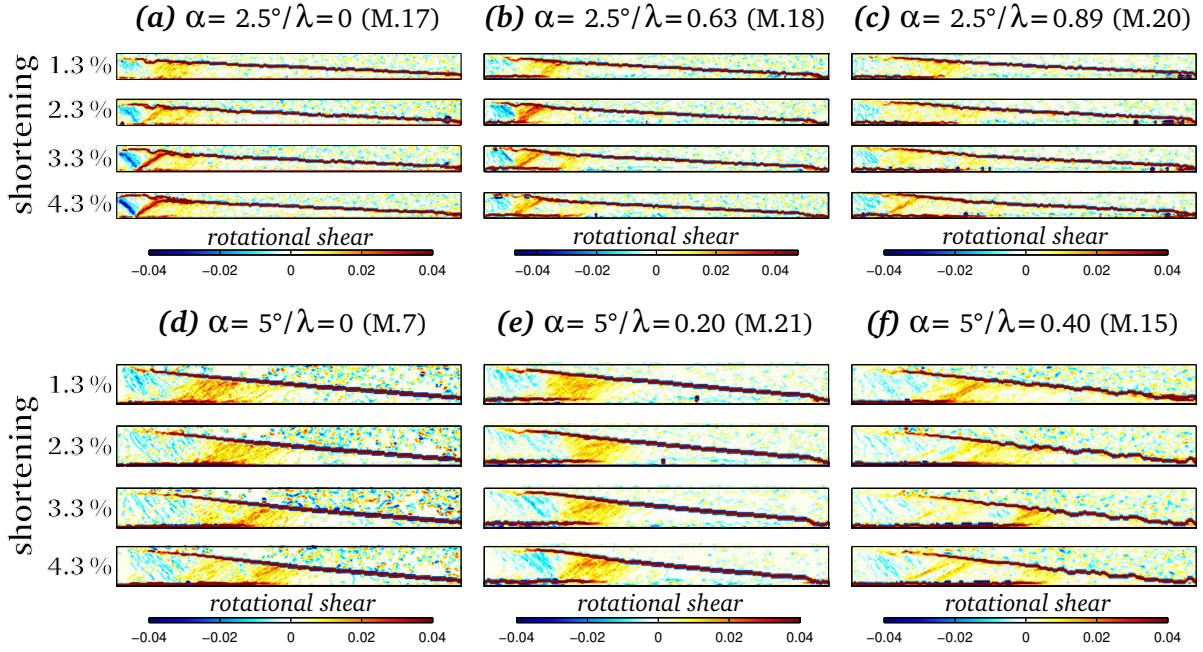


FIGURE 1.9 – Rotational shear ( $rot_z$ ) for different amount of shortening (1.3%, 2.3%, 3.3% and 4.3%) for all the experiments which deform by *mode 1*. (a), (b) and (c) correspond to  $\alpha = 2.5^\circ$  and (d), (e) and (f) correspond to  $\alpha = 5^\circ$ . The localization of the shear into the thrust not only depends on  $\lambda$  but also on the geometry of the wedge ( $\alpha$ ). The key parameter influencing the localization of the deformation in the wedge seems to be the distance to critical taper conditions.

periment *M.17* is the furthest from the critical condition, and the deformation appears well localized; experiment *M.20* is the closest and no intense shear was recorded before 4.3% of shortening (red color in Figure 1.9c); experiments *M.7*, *M.21*, *M.15* and *M.18* may be classified in a same group because, taking into account the uncertainties on the experimental conditions, they are approximately at the same distance to the critical taper conditions. In all the experiments of the last group, shear deformation develop into wide zones where localization can happen in several thrusts. This variability in the deformation for sub-critical wedges reinforces the idea that the transition between the sub-critical and the super-critical conditions is not a sharp transition but a continuous one.

## 1.6 Conclusion

The objective of this paper was to quantitatively verify the predictions of the critical taper theory ([Dahlen, 1990](#)) by experimental means. We performed generic experiments of quasi-static shortening of a triangular sand wedge resting on a weak layer and subjected

to a pore fluid pressure field. The experimental conditions were set as close as possible to the hypothesis of the critical taper theory. As the theory studies the failure mode of a triangular accretionary wedge, we focus on the beginning of the shortening and the initiation of the deformation in triangular wedges. Our systematic observations of the wedge deformation for different values of the topographic slope,  $\alpha$ , and the pressure ratio,  $\lambda$ , leads to the following conclusion :

1. We found a very good agreement between our observations and the predictions of the critical taper theory in terms of mode of deformation (Figure 1.8). Moreover, our results consist in the first quantitative experimental comparison between the critical taper prediction including the effect of pore pressure.
2. Contrarily to the theory which predicts a sharp transition between the mode of deformation of the sub-critical and the super-critical wedges, we observed close to the theoretical transition an intermediate mode of deformation. This mode presents no thrusting at the back of the wedge like sub-critical wedges and the establishment of sliding on the whole décollement is much faster than for sub-critical wedges and not instantaneous like for super-critical wedges.
3. This continuous transition is consolidated by the observations made about the deformation of the sub-critical wedges. The shear localization and its intensity depends on the distance from the experimental to the critical taper conditions. When the experimental conditions are closer to the transition, the thrusts are less intense, more diffuse and can be located anywhere (Figure 1.9).

This work focused on the deformation of perfectly triangular wedges to concentrate on the effect of the parameters  $\alpha$  and  $\lambda$  on the wedge stability, but we could wonder what is the importance of inherited faults or detachment layers on the global mode of deformation. The experimental protocol presented in this paper could be used combining several shortening phases under different pressure conditions on the same wedge in order to study this aspect which is not addressed by the critical taper theory.

### acknowledgments

The experimental set-up was built-up and the experiments were performed at the *Université du Maine* (Le Mans, France). P. Souloumiac and S. Lallemand (University of Cergy-Pontoise) and Y.M. Leroy (ENS, Paris) provided useful comments on this work. The authors would like to thank D. Davis and the other anonymous reviewer for their comments which permit the improvement of this manuscript.

## Influence des déformations héritées

---

DANS LES ANALYSES DE STABILITÉ basées sur la théorie du prisme critique, la présence de déformations héritées telles que d'anciennes rampes n'est pas considérée. Même dans les approches mécaniques plus complexes, leur prise en compte n'est pas chose aisée. Cependant, ces zones de faiblesse peuvent avoir un impact important sur l'évolution des prismes. On peut par exemple citer les grands chevauchements hors séquence qui pourraient être impliqués dans des tremblements de terre tsunamigéniques, telle que la *splay fault* du prisme de Nankai (Japon) (*Park et al.*, 2002).

CE CHAPITRE, grâce à une série d'expériences impliquant des surpressions de fluides, s'intéresse à l'effet de la présence d'une zone de faiblesse correspondant à une ancienne rampe sur la stabilité globale du prisme. Les conditions expérimentales sont proches des hypothèses de la théorie du prisme critique (*Dahlen*, 1984) afin de pouvoir comparer les observations aux prédictions de la théorie. Dans un premier temps, le protocole expérimental est décrit. Ensuite, quelques résultats préliminaires sont donnés. En effet, seule une analyse partielle des expériences réalisées a eu le temps d'être faite et l'interprétation de ces observations reste ouverte.

---

## Sommaire

---

2.1	Protocole expérimental . . . . .	87
2.2	Résultats . . . . .	87
2.2.1	<i>Effet sur la mise en place de la déformation</i> . . . . .	87
2.2.2	<i>Effet d'une rampe héritée</i> . . . . .	89
2.3	Conclusion . . . . .	91

---

## 2.1 Protocole expérimental

Pour étudier l'effet des déformations héritées, des séries d'expériences présentant plusieurs étapes ont été réalisées. Le Tableau 2.1 compile toutes ces expériences. Les différentes étapes se résument comme suit :

*Construction du prisme* : les prismes sont construits de façon à être initialement triangulaires comme expliqué dans le chapitre précédent (voir page 70). L'angle du prisme,  $\alpha$ , est égal à  $2,5^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $7,5^\circ$  ou  $15^\circ$ .

*Première activation* : un premier raccourcissement de ce prisme est réalisé pour un champ de pression donné caractérisé par un coefficient de pression  $\lambda_1$ . Ce raccourcissement induit dans le prisme de la déformation. Ainsi, on peut par exemple activer le décollement ou générer des rampes.

*Transition* : à la fin de la première phase, on **modifie le champ de pression** en changeant la pression,  $P_R$ , à la base des injecteurs. Cette étape induit une variation homothétique du champ de pression<sup>1</sup>. De plus, **la surface** peut ou non **être lissée** afin de retrouver un prisme triangulaire. Dans le Tableau 2.1, les expériences pour lesquelles la surface a été lissée sont caractérisées par la lettre  $L$  dans l'avant dernière colonne.

*Ré-activation* : un second raccourcissement sur ce prisme présentant des conditions de pressions différentes et des déformations héritées est réalisé.

*Itération* : Les deux étapes précédentes peuvent être itérées.

Chaque expérience est numérotée de la façon suivante :  $MXX-N$  où  $XX$  est le n° de la série et  $N$  le n° de la phase de raccourcissement. Si une seule phase de raccourcissement a été réalisée, l'expérience est nommée  $MXX$ .

## 2.2 Résultats

### 2.2.1 Effet sur la mise en place de la déformation

Les séries d'expériences n° 12, 13 et 16 (Tableau 2.1) mettent en évidence un très fort effet d'une première activation du décollement sur sa mise en place dans les raccourcissements ultérieurs. En effet, à la fin de la première activation de ces séries, le décollement est entièrement activé mais cela nécessite entre 6 et 25 mm de raccourcissement. Pour les activations suivantes, la localisation de la déformation dans le décollement et donc la mise en place du mode de déformation de type *mode 1* se fait de manière quasi-instantanée ( $<1$  mm).

Ce phénomène est sûrement dû à un adoucissement du matériau lors de la première activation. En effet, un adoucissement du décollement provoquerait une variation des conditions de criticalité qui marque la transition entre les *modes* de déformation 1 et 3. Ainsi, les phases ultérieures de raccourcissement pourraient se retrouver à une distance

1. Dans le Tableau 2.1, on remarque que  $\sigma_\lambda$  varie entre les expériences de la même série. Si la variation était réellement homothétique, cela ne devrait pas être le cas. Cet écart s'explique par les éventuels changements de la topographie et/ou de la perméabilité durant le premier raccourcissement.

## 2.2. Résultats

Exp.	$\alpha$ [deg]	matériau du décol- lement <sup>a</sup>	$\lambda$ moyen [et erreur], $\bar{\lambda}$ [ $\sigma$ en %]	Raccour- -cissement total [mm]	Première acti- vation ? <sup>b</sup>	Aspect de la topo <sup>c</sup>	Mode de déforma- -tion [ $\delta$ ] <sup>d</sup>
M1.1	15	S	?	45	O	L	-
M1.2	15	S	? ( $\searrow$ )	45	N	D	-
M1.3	15	S	0 ( $\searrow$ )	45	N	D	-
M2	15	S	0	55	O	L	-
M3	15	S	0	77	O	L	-
M4.1	15	S	?	20	O	L	-
M4.2	15	S	? ( $\searrow$ )	20	N	D	-
M4.3	15	S	0 ( $\searrow$ )	20	N	D	-
M5	15	S	0	75	O	L	$\sim 1$
M6	15	BdV	0	65	O	L	3 [5]
M7	5	BdV	0	53	O	L	1
M8.1	5	BdV	0.86 [4,7]	23	O	L	2 [20]
M8.2	5	BdV	0.80 [4.6]	20	N	D	3
M8.3	5	BdV	0.75 [3.9]	20	N	D	3
M8.4	5	BdV	0.71 [5.0]	20	N	D	3
M9.1	5	BdV	0.22 [7.5]	20	O	L	2 ?
M9.2	5	BdV	0.30 [8.5]	20	N	D	mixte
M9.3	5	BdV	0.33 [8.4]	20	N	D	mixte
M10.1	5	BdV	0.40 [8.6]	20	N	L	1
M10.2	5	BdV	0.52 [8.6]	20	N	D	1
M10.3	5	BdV	0.64 [7.4]	20	N	D	3 [ ?]
M11.1	5	BdV	0.70 [6.1]	20	0	L	2 [25]
M11.2	5	BdV	0.66 [6.6]	20	N	D	3
M11.3	5	BdV	0.60 [7.4]	20	N	D	3
M12.1	7.5	BdV	0.82 [4.3]	20	0	L	3 [6]
M12.2	7.5	BdV	0.74 [4.2]	20	N	D	3 [ $<1$ ]
M12.3	7.5	BdV	0.69 [4.4]	20	N	D	3 [ $<1$ ]
M12.4	7.5	BdV	0.64 [4.3]	20	N	D	3 [ $<1$ ]
M12.5	7.5	BdV	0.62 [5.1]	20	N	D	3 [ $<1$ ]
M13.1	7.5	BdV	0.78 [4.9]	30	0	L	3 [10]
M13.2	7.5	BdV	0.60 [6.9]	25	N	D	3 [ $<1$ ]
M13.3	7.5	BdV	0.53 [6.2]	25	N	D	3 [ $<1$ ]
M14	7.5	BdV	0	28	N	L	1
M15.1	5	BdV	0.4 [4.3]	28	0	L	1
M15.2	5	BdV	0.74 [2.9]	28	N	L	mixte
M15.3	5	BdV	0	20	N	L	1

M16.1	5	BdV	0.65 [4.6]	28	0	L	2 [25]
M16.2	5	BdV	0.76 [3.3]	20	N	L	3 [ $<1$ ]
M16.3	5	BdV	0	20	N	L	2 [ $\sim 25$ ]
M17	5	BdV	0	45	O	L	1
M18	2.5	BdV	0.63 [4.8]	45	O	L	1
M19	2.5	BdV	0.40 [5.5]	45	O	L	1
M20	2.5	BdV	0.89 [4.3]	45	O	L	1
M21.1	5	BdV	0.20 [4.9]	50	O	L	1
M21.2	5	BdV	0.71 [5.0]	50	N	L	3 [10]
M22.1	5	BdV	0.81 [4.1]	50	O	L	2 [20]
M22.2	5	BdV	0	50	N	L	1
n° Exp. (Date)	$\alpha$ [deg]	matériau du décol- lement <sup>a</sup>	$\lambda$ moyen [et erreur], $\bar{\lambda}$ [ $\sigma$ en %]	Raccour- -cissement total [mm]	Première acti- vation ? <sup>b</sup>	Aspect de la topo <sup>c</sup>	Mode de déforma- -tion [ $\delta$ ] <sup>d</sup>

<sup>a</sup> *S* = Sable et *BdV* = Billes de verre ; <sup>b</sup> *O* = Oui et *N* = Non ;

<sup>c</sup> *L* = Lisse et *D* = Déformée ; <sup>d</sup>  $\delta$  représente la raccourcissement nécessaire à l'activation complète du décollement

**TABLEAU 2.1** – Compilations des expériences réalisées et des conditions dans lesquelles elles ont été faites.

plus grande du critère de Dahlen. Or dans le chapitre précédent, nous avons vu que le temps de mise en place du *mode 1* était inversement corrélé avec la distance au critère. Il semble tout de même peu probable que cet effet soit le seul car l'adoucissement nécessaire serait très élevé.

Par ailleurs, on peut penser que ce phénomène se produit aussi pour les rampes, c'est à dire que pour une rampe ayant déjà été activée, la mise en place de la déformation se fait de manière quasi-instantanée. Cependant, aucune observation n'a pu le confirmer de façon certaine.

### 2.2.2 Effet d'une rampe héritée

Dans cette section, la comparaison de deux expériences faites dans les mêmes conditions expérimentales globales, c'est à dire présentant le même  $\lambda \sim 0,75$  et le même  $\alpha = 5^\circ$ , est faite. Ces expériences, *M.15-2* et *M.16-2*, étant toutes les deux des deuxièmes phases de raccourcissement, présentent une déformation héritée. La première phase de raccourcissement correspondant à l'expérience *M.15-2*, c'est à dire l'expérience *M15-1*, pour laquelle  $\lambda = 0.40$ , présentait une déformation par *mode 1* (voir courbe colorée Figure 2.1a) avec la formation de plusieurs paires de rampe et rétro-chevauchement à l'arrière du prisme. Par ailleurs, la première phase de raccourcissement correspondant à l'expérience *M.16-2*, c'est à dire l'expérience *M16-1*, pour laquelle  $\lambda = 0.65$ , présentait une déformation par *mode 2* avec une activation incomplète du décollement à la fin de ce raccourcissement et



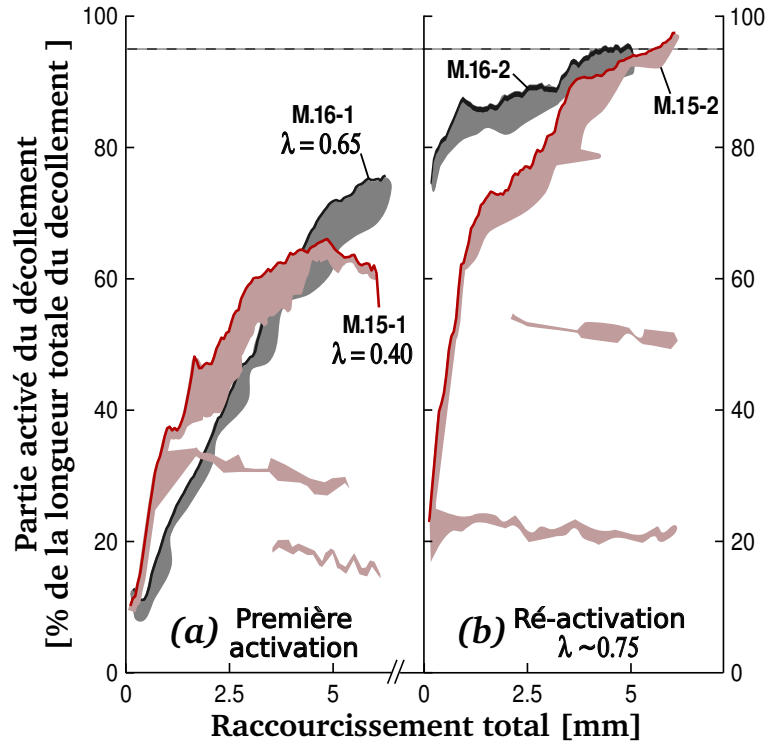


FIGURE 2.1 – Pourcentage du décollement activé au cours du raccourcissement en mm (ligne pleine) pour quatre expériences : (a) *M.15-1* et *M.16-1* qui correspondent à des premières phases de raccourcissement et (b) *M.15-2* et *M.16-2* qui sont les deuxièmes phases de raccourcissement des mêmes expériences. La valeur de  $\lambda$  est 0,40 et 0,65 pour *M.15-1* et *M.16-1* et environ 0,75 pour *M.15-2* et *M.16-2*. Pour toutes les expériences,  $\alpha = 5^\circ$ . La position des racines des rampes actives est représentée par les surfaces colorées sous les courbes. Plusieurs rampes peuvent être activées en même temps et plus cette surface est épaisse, moins la rampe est localisée<sup>2</sup>.

l'apparition d'aucune rampe.

Lors de la deuxième phase de raccourcissement ( $\lambda = 0.75$ ), les deux prismes devraient se déformer de la même façon d'après la théorie du prisme critique, si l'on ne s'intéresse qu'aux conditions globales. On s'attend donc à observer des prismes se déformant par *mode 3* voire *mode 2* vu la proximité des conditions de criticalité. On observe bien ce mode de déformation pour l'expérience *M16-2* (Figure 2.1b), cependant on voit bien que la présence des rampes héritées de l'expérience *M15-1* induit une déformation bien différente pour les deux expériences. La rampe formée lors de la première activation est une zone de faiblesse dans le prisme et est activée dans l'expérience *M15-2*.

2. L'explication sur la représentation graphique utilisée est donnée dans le chapitre précédent, section 1.3.5.2

## 2.3 Conclusion

**Ces expériences** qui pourraient par exemple modéliser des prismes où les conditions de pressions changent au cours du temps, montrent la limite des approches adoptant une vision de la stabilité basée sur un état de contrainte unique dans tout le prisme comme la théorie du prisme critique. En effet, la Figure 2.1 illustre bien le fait que la présence de déformation héritée dans le prisme peut complètement changer le mode de déformation. Ainsi, l'utilisation de la théorie du prisme critique afin de déterminer ses propriétés (friction et surpression) peut s'avérer dangereuse par exemple si une variation d'une des propriétés a eu lieu.



---

PARTIE III

## **Stabilité des prismes avec décollement hétérogène**



---

# Introduction

CETTE DERNIÈRE PARTIE a pour but d'appliquer la théorie du calcul à rupture développée dans ce travail à des cas concrets. Deux approches sont possibles. Tout d'abord une approche directe afin de prédire le mode de rupture d'une structure. Ceci nécessitant la connaissance des critères de rupture et des pressions de fluide de la structure étudiée, cette approche reste limitée vu la complexité des structures géologiques réelles. Par contre, elle sera utilisée ici par le biais d'une étude paramétrique systématique sur un prototype simple dans le but de mieux comprendre l'éventuel effet d'hétérogénéités dans le décollement. La seconde approche consiste à déduire de la géométrie les propriétés (pression et/ou friction) de la structure étudiée. Elle a été appliquée à deux prismes réels : au front du prisme des Barbades et au transect Kumano du prisme de Nankai (Japon). Dans le premier cas, des profils sismiques permettent d'observer la rampe accommodant le raccourcissement à l'heure actuelle. Supposant les propriétés frictionnelles du prisme, nous avons cherché à savoir quelles conditions de pression dans tout le prisme et quelle friction sur le décollement pouvaient conduire à l'activation de la rampe observée. Dans le deuxième cas, nous nous sommes intéressés aux conditions de pression dans le décollement pouvant conduire à l'activation de la *splay fault* (grand chevauchement hors séquence) ainsi que les scénarios géologiques pouvant conduire à la désactivation de celle-ci. Dans les deux cas, nous avons utilisé un prototype présentant la topographie réelle du prisme mais un décollement droit. Les propriétés frictionnelles dans le prisme et dans le décollement ont été considérées homogènes.

LE CONTENU DE CETTE PARTIE se présente en deux chapitres. Le premier fait parti de l'article Pons A. et Leroy Y.M. (2012), **Stability of accretionary wedges based on the maximum strength theorem for fluid-saturated porous media**, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 60 (4), 643-664, doi :10.1016/j.jmps.2011.12.011. Le deuxième chapitre quant à lui se présente sous la forme d'un article soumis pour publication au journal *Earth and Planetary Science Letters* et accompagné d'un travail complémentaire utilisant l'approche numérique.



# Effet des hétérogénéités de pression de fluide dans le décollement sur la stabilité

---

DES ÉTUDES RÉCENTES se sont intéressées aux changements des propriétés du décollement (pression et friction) qui peuvent être dus à différents facteurs comme par exemple des variations de pression dues à des réactions chimiques (e.g., *Hyndman et al., 1995*) ou à la diagenèse (e.g., *Moore et Saffer, 2001*). De telles variations peuvent avoir un effet sur la structure complète du prisme (*Kimura et al., 2007*). L'effet de ces variations est peu exploré d'un point de vue mécanique. C'est à cet aspect que ce chapitre va s'intéresser.

CE CHAPITRE est composé de deux sections. La première s'intéresse au front du prisme des Barbades. Les observations sismiques ainsi que les mesures de pression au niveau du décollement faites à la suite de forages (*Saffer, 2003*) nous permettent de connaître la position de la rampe frontale activée et de savoir que le champ de pression dans le décollement présente des variations latérales. Le but de cette partie est d'utiliser l'approche cinématique du calcul à la rupture de manière inverse afin de déterminer les paramètres (pression et friction des matériaux) susceptibles de conduire à l'activation de la rampe observée. La deuxième partie quant à elle, analyse la stabilité d'un prisme triangulaire dont le décollement est divisé en deux unités mécaniques distinctes. Une étude paramétrique systématique pour un large intervalle de propriétés du décollement (pression et friction de l'unité mécanique externe) fait apparaître un effet complexe des hétérogénéités sur la stabilité de ce prisme mais aussi un mécanisme de ruine singulier mettant en jeu une faille pouvant être verticale.



---

## Sommaire

---

1.1	Stabilité du front du prisme des Barbades . . . . .	<b>99</b>
1.1.1	<i>Situation géologique</i> . . . . .	99
1.1.2	<i>Prototype et analyse inverse</i> . . . . .	100
1.1.3	<i>Conclusion</i> . . . . .	103
1.2	Conséquences du partitionnement du décollement en deux unités mécaniques . . . . .	<b>103</b>
1.2.1	<i>Objectif et prototype</i> . . . . .	103
1.2.2	<i>Étude paramétrique</i> . . . . .	106
	Expression des majorants de $Q$ pour les différents mécanismes . . .	106
	Cas où la partie interne est sous-critique : $\alpha = 3^\circ$ . . . . .	107
	Cas où la partie interne est super-critique : $\alpha = 5^\circ$ . . . . .	110
1.2.3	<i>Peut-on définir un critère de stabilité global ?</i> . . . . .	110
1.2.4	<i>Conclusion</i> . . . . .	112

---

## 1.1 Stabilité du front du prisme des Barbades

### 1.1.1 Situation géologique

Le prisme d'accrétion des Barbades constitue la marge de la subduction de la plaque océanique Atlantique sous la plaque caraïbe (encart Figure 1.1a). La vitesse de subduction est estimée entre 2 et 4 cm/an (*Bangs et al., 1990*). Ce prisme met en jeu entre 1 et 7 km de sédiments formant la plaque Atlantique en une séquence de chevauchements imbriqués. À l'heure actuelle, la partie frontale du prisme est active. Le programme international de forage océanique (*Integrated Ocean Drilling Program*), lors des profils 156 et 171A, a atteint le décollement dans la partie nord du prisme (Figure 1.1b) ce qui fournit des informations sur les propriétés physiques des matériaux constitutifs dans cette région (*Moore et al., 1998*). Le profil sismique interprété de la partie frontale du prisme se trouve en Figure 1.1b. La base du prisme est divisée en deux parties : à l'arrière de la rampe

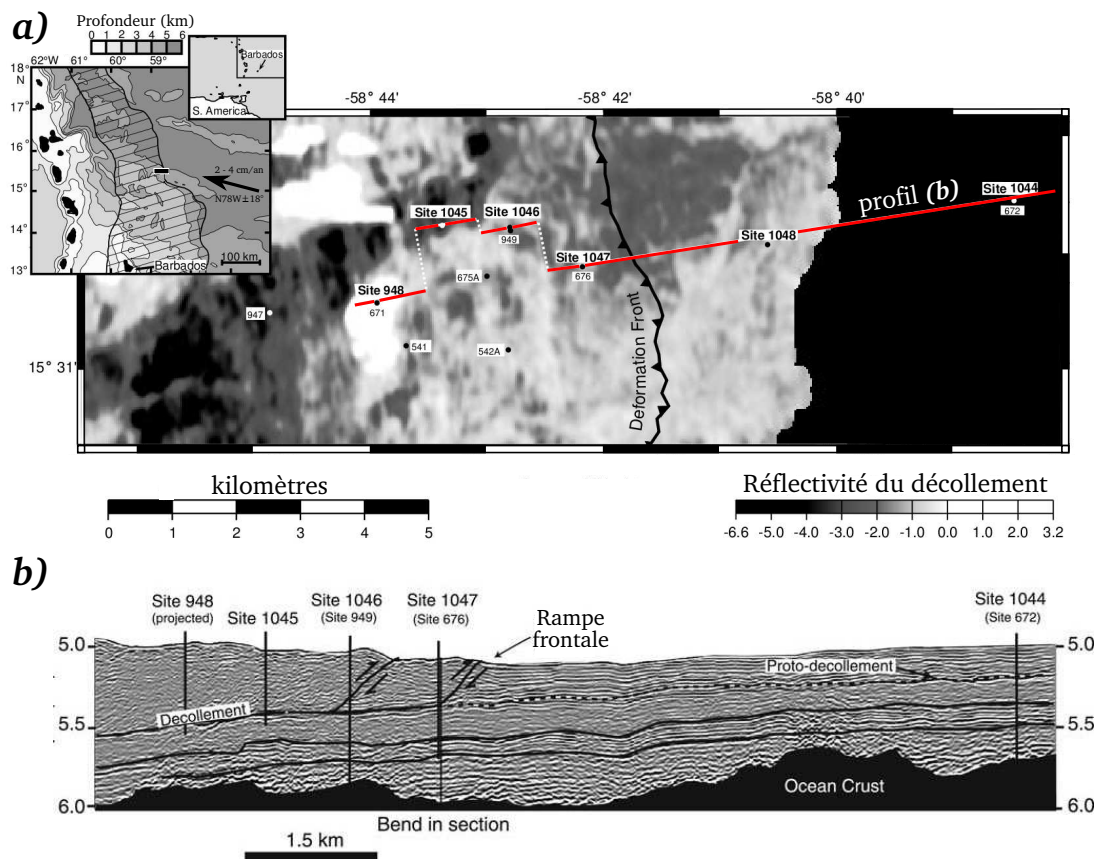


FIGURE 1.1 – (a) Carte générale montrant la position du profil 171A et des forages effectués lors de différentes campagnes (b) (modifiée à partir de *Moore et al. (1998)*). Le fond de carte représente le pic d'amplitude de réflectivité du décollement. (b) Profil sismique orienté Ouest-Est et représenté par la ligne rouge en (a) ainsi que les forages (modifiée à partir de *Saffer (2003)*).

frontale, le décollement, qui est représenté par la ligne pleine Figure 1.1b, a accumulé du glissement pendant la séquence de chevauchement ; et à l'avant, le proto-décollement, qui est représenté par la ligne en pointillés Figure 1.1b, n'a pas encore été déformé. *Saffer (2003)* conclut que le coefficient de pression,  $\lambda$ , dans le décollement varie linéairement de  $\sim 0,68-0,84$  au *Site 1047* à  $\sim 0,70-0,92$  au *Site 948*.

### 1.1.2 Prototype et analyse inverse

Le prototype considéré est représenté par la Figure 1.2a. Celui-ci présente la topographie réelle et le décollement est supposé droit avec un pendage de  $2,3^\circ$ . Le point *B* le plus à l'ouest se trouve 4945 m sous le niveau de la mer et 610 m au dessus du décollement. La longueur totale de cette section est 5500 m. La friction du décollement est notée  $\varphi_D$  et son coefficient de pression est représenté en Figure 1.2c. Il varie linéairement de  $\lambda_I$  au point *A* à  $\lambda_E$  au point *C* puis est constant dans le proto-décollement. Comme le proto-décollement n'a pas encore subi de déformation,  $\lambda_I$  est égal au coefficient de pression  $\lambda$  dans le prisme qui est supposé constant. Tous les matériaux sont supposés non cohésifs et la friction du matériau composant le prisme est fixée à  $\varphi = 30^\circ$ . La densité du prisme (matériau saturé) est fixée à  $2120 \text{ kg/m}^3$ .

Le but de cette partie est, moyennant les hypothèses énoncées ci-dessus, de trouver un triplet  $\{\lambda_I, \lambda_E = \lambda, \varphi_D\}$  conduisant à l'activation de la rampe frontale observée sur les profils sismiques.

Le mécanisme de ruine considéré est illustré sur la Figure 1.2b. Il consiste en l'activation partielle du décollement du point *A* au point *G* ainsi que d'une rampe et d'un rétro-chevauchement (segments *GE* et *GF* respectivement). La friction sur ces deux failles est supposée égale à celle du prisme,  $\varphi$ . Les positions des points *E*, *F* et *G* sont optimisées sur des topographie et décollement discrétisés. Le champ de vitesse virtuel considéré est constant sur les *back-stop* et *hanging-wall* (BS et HW sur la Figure 1.2b) et tel que les sauts de vitesse à travers le décollement, la rampe et le rétro-chevauchement sont orientés par rapport à la discontinuité d'un angle égal à l'angle de friction de la discontinuité<sup>1</sup>. La vitesse du *back-stop* est choisie comme référence pour la normalisation :  $\hat{V}_{BS} = 1$ . La relation entre les différentes vitesses, obtenues grâce à l'application de la loi des sinus à l'hodogramme est :

$$\frac{\hat{J}_{RC}}{\sin(\varphi + \gamma - \beta - \varphi_D)} = \frac{\hat{V}_{HW}}{\sin(\varphi + \theta + \beta + \varphi_D)} = \frac{1}{\sin(\varphi + \theta + \gamma + \varphi)}. \quad (1.1)$$

où  $\hat{J}_{RC}$  et  $\hat{V}_{HW}$  sont respectivement le saut de vitesse à travers le rétro-chevauchement et la vitesse du *hanging-wall*.

La déformation n'étant accommodée qu'au front, nous n'étudions que les mécanismes situés dans la section présentée en Figure 1.2a. Ainsi, toutes les puissances mises en jeu à l'arrière du point *A* sont identiques pour tous les mécanismes considérés. Ceci nous permet de nous affranchir d'un éventuel *back-wall*. L'expression de la borne supérieure de

1. Cette orientation correspond aux cas 2 et 2' de la fonction support pour un matériau frictionnel (voir Chapitre 1 de la première partie). Dans l'exemple du prisme critique (même Chapitre), il est observé que cette orientation est optimale dans tous les cas étudiés.

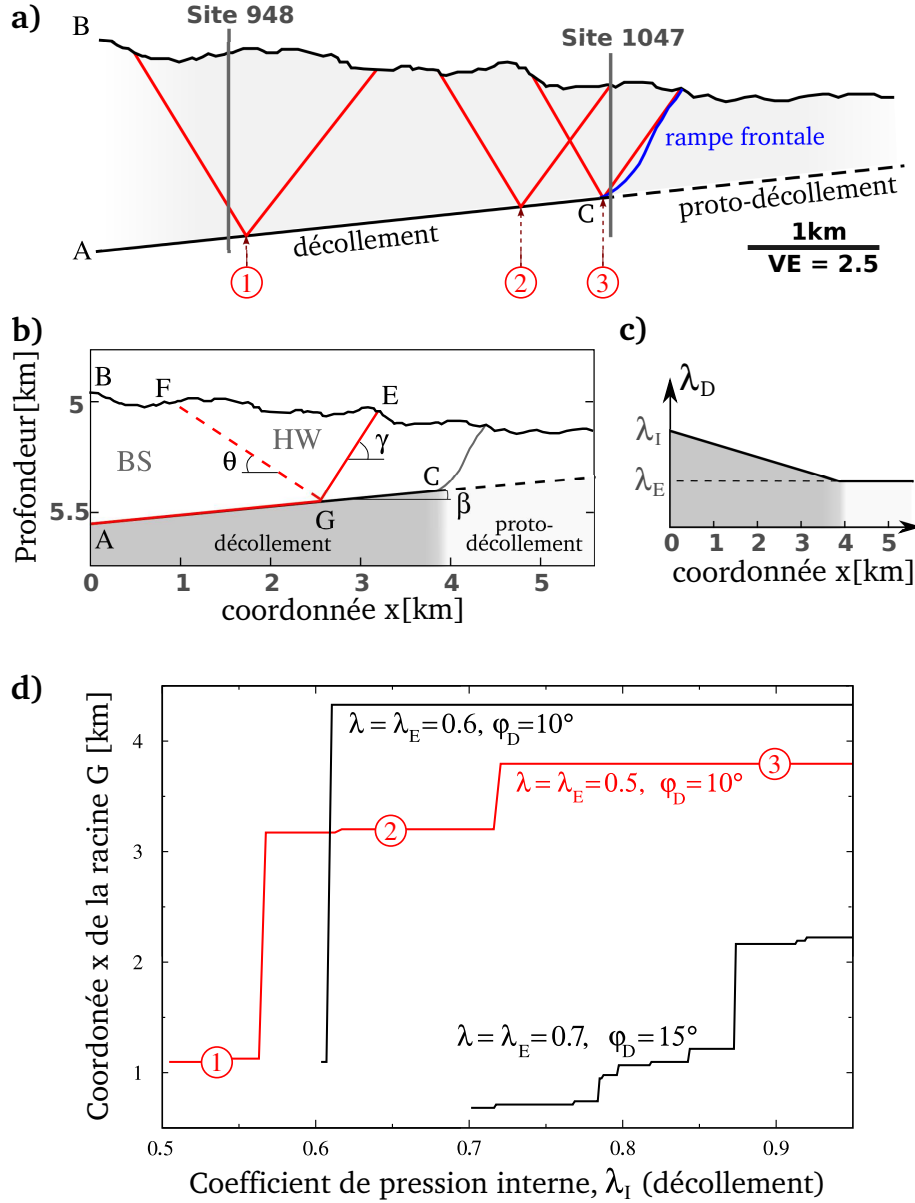


FIGURE 1.2 – (a) Interprétation du profil présenté en Figure 1.1b. (b) Le mécanisme de ruine met en jeu une activation partielle du décollement (du point A au point G) ainsi que d’une rampe et d’un rétro-chevauchement (segments GE et GF respectivement). (c) Coefficient de pression dans le décollement et le proto-décollement. Celui-ci varie de  $\lambda_I$  au point A à  $\lambda_E$  au point C puis est constant dans le proto-décollement. (d) La position de la racine G est représentée en fonction de  $\lambda_I$  pour 3 jeux de paramètres  $\{\lambda_E = \lambda; \varphi_D\}$ . Dans le cas  $\lambda = \lambda_E = 0.5$ , il y a 3 positions possibles pour la position optimale de G suivant les valeurs de  $\lambda_I$ . Celles-ci sont numérotées de 1 à 3 et sont représentées sur la Figure (a).

la force tectonique est alors :

$$\begin{aligned}
Q_u \cos(\varphi_D) = & \rho g \left( S_{BS} \sin(\beta + \varphi_D) + S_{HW} \sin(\gamma + \varphi) \hat{V}_{HW} \right) \\
& - \int_B^F p(\underline{x}) \underline{n} \cdot \left( \cos(\beta + \varphi_D) \underline{e}_x + \sin(\beta + \varphi_D) \underline{e}_z \right) dS \\
& - \hat{V}_{HW} \int_F^E p(\underline{x}) \underline{n} \cdot \left( \cos(\gamma + \varphi) \underline{e}_x + \sin(\gamma + \varphi) \underline{e}_z \right) dS \\
& - \hat{V}_{HW} \int_G^E p(\underline{x}) dS \sin(\varphi) - \hat{J}_{RC} \int_G^F p(\underline{x}) dS \sin(\varphi) \\
& - \int_A^G p_D(\underline{x}) dS \sin(\varphi_D),
\end{aligned} \tag{1.2}$$

où  $S_{BS}$  et  $S_{HW}$  sont les surfaces des *back-stop* et *hanging-wall*. La première ligne correspond à la puissance due à la gravité et les deux suivantes à la puissance due à la pression de l'eau sur la topographie. Les deux dernières correspondent à la puissance due à la pression de pore dans le décollement, la rampe et le rétro-chevauchement. Il n'y a pas de contribution venant de la puissance résistante maximale effective car dans le cas des matériaux frictionnels non-cohésifs, celle-ci est nulle.

La procédure pour trouver le plus petit des majorants de la force  $Q$  est inspirée de [Cubas et al. \(2008\)](#). La topographie et le décollement étant discrétisés en une série de point, le majorant de la force,  $Q_u$ , est calculé pour tous les triplets  $\{E, F, G\}$  possibles. Le triplet correspondant au plus petit des majorants,  $Q_{lu}$ , définit le mécanisme de ruine. Toute la procédure est disponible dans le code : [TectonoErosion \(2011\)](#). Il a été vérifié, grâce à une analyse de convergence, que la discrétisation utilisée n'a pas d'effet sur les résultats qui suivent.

Les résultats de cette analyse sont présentés sur la Figure 1.2d sur laquelle la coordonnée du point  $G$  en km est représentée en fonction de la valeur de  $\lambda_I$  pour trois jeux de paramètres  $\{\lambda = \lambda_E, \varphi_D\}$ . La courbe rouge est obtenue pour  $\lambda = \lambda_E = 0,5$  et  $\varphi_D = 10^\circ$ . Cette valeur est typique des valeurs obtenues à partir d'expériences en laboratoire et utilisées dans de nombreuses simulations numériques. Lorsque  $\lambda_I$  augmente, la position optimale du point  $G$  passe par trois paliers séparés par des sauts brutaux. Ces trois paliers sont numérotés de 1 à 2 et leurs positions sont représentées en rouge sur la Figure 1.2a. Les irrégularités de la topographie peuvent expliquer que l'on trouve trois positions *stables* du mécanisme de ruine. En effet alors que dans l'exemple du prisme critique présenté dans la première partie, il existait une valeur critique pour le coefficient de pression du décollement au delà de laquelle toute la déformation était envoyée à l'avant du prisme, ici, la topographie induit plusieurs valeurs critiques. On peut remarquer que le mécanisme numéro 3 est très similaire à la rampe frontale observée en Figure 1.1b. La racine  $G$  se trouve à moins de 100 m de celle observée et bien que la rampe observée ne soit pas droite, son pendage moyen est proche de celui de la rampe du mécanisme 3.

Pour explorer le rôle de la pression de fluide, les résultats de cette analyse pour la même friction basale mais pour  $\lambda = \lambda_E = 0,6$  sont aussi représentés sur la Figure 1.2d. Dans ce cas, on n'observe que deux positions possibles pour la racine  $G$ . La première est similaire à la position 1 décrite précédemment tandis que la deuxième se trouve dans le

proto-décollement ( $x = 4350$  m). Il peut être intéressant de noter que dans ce cas où les écarts de pression entre le prisme et le décollement sont moins forts, les irrégularités de la topographie n'*accrochent* pas la déformation comme dans le cas précédent.

Le dernier cas étudié correspond à  $\lambda = \lambda_E = 0,7$ . Dans ce cas là, un seul mécanisme est observé quel que soit la valeur de  $\lambda_I$ . Celui-ci prend racine dans le proto-décollement à la même position que dans le cas précédent. Ce cas n'est pas représenté sur la Figure 1.2d.

Enfin, un dernier jeu de résultats pour  $\lambda = \lambda_E = 0,7$  et  $\varphi_D = 15^\circ$  est représenté sur la Figure 1.2d. Dans ce cas ci, quelle que soit la valeur de  $\lambda_I$  le mécanisme optimal prend racine à l'arrière de la rampe frontale. Ici, l'augmentation de  $\varphi_D$  contre-balance l'effet stabilisateur de l'augmentation de la pression de fluide. On observe ici aussi des paliers, mais ceux-ci sont beaucoup plus nombreux que dans les autres cas.

### 1.1.3 Conclusion

**D'après l'analyse présentée ci-dessus**, la rampe observée pourrait s'expliquer par le jeu de paramètres représenté en rouge sur la Figure 1.2d pour  $\lambda_I > 0,71$ . Ces résultats peuvent être confrontés aux mesures et estimations effectuées lors des différents forages. *Saffer* (2003) estime le coefficient de pression entre 0,68 et 0,84 au *Site 1047* et entre 0,70 et 0,92 au *Site 948* (voir Figure 1.1 pour la position de ces sites). Ces valeurs sont plus élevées que celles déduites grâce à notre analyse et ceci notamment pour l'avant du prisme. De plus, en considérant des coefficients de pression similaires à ceux estimés par *Saffer* (2003), notre approche ne prédit que des rampes en arrière ou bien en avant la rampe frontale observée en fonction de la valeur de  $\varphi_D$ .

Ces différences peuvent être expliquées par plusieurs raisons, comme par exemple :

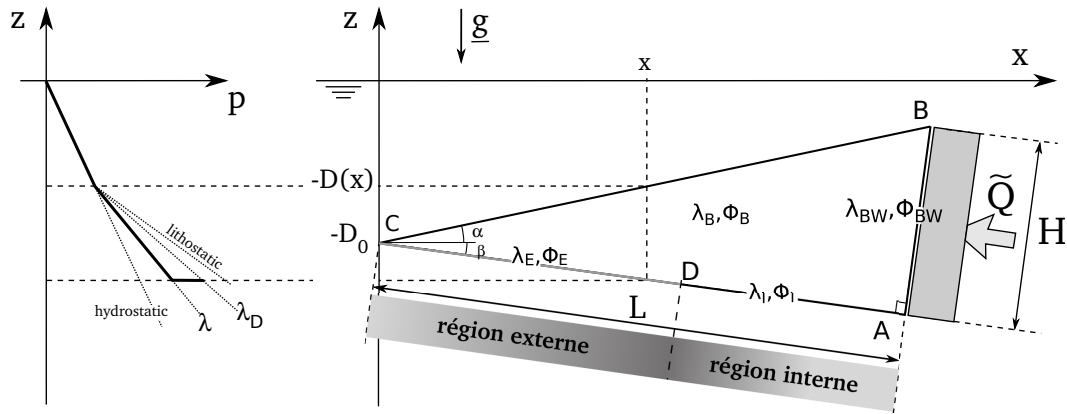
- Les méthodes afin d'estimer les pressions à partir des forages ont tendance à les sur-estimer ;
- La limitation de notre approche semi-analytique qui considère un décollement et des failles droites, alors que la rampe observée présente une certaine courbure.

Améliorer les prédictions fournies par cette approche nécessiterait un travail bien plus complet qui dépasse les objectifs de cette section dont le but était de montrer le potentiel de cette approche.

## 1.2 Conséquences du partitionnement du décollement en deux unités mécaniques

### 1.2.1 Objectif et prototype

Une étude des prismes d'accrétion peut difficilement s'affranchir du caractère hétérogène de ceux-ci. L'objectif de la présente section est d'étudier l'influence d'une hétérogénéité au niveau du décollement sur la stabilité globale du prisme.



**FIGURE 1.3 – Prototype :** le prisme triangulaire présente une friction  $\varphi_B$  et un coefficient de pression homogène  $\lambda_B$  ; son décollement est divisé en deux régions : une externe et une interne. Chacune pouvant présenter sa propre friction et son propre coefficient de pression. La région interne correspond à la zone sismogénique du décollement.

Le prototype étudié est représenté sur la Figure 1.3. Son décollement est divisé en deux régions : une région interne et une région externe. Un tel partitionnement a été proposé par [Kimura et al. \(2007\)](#) pour expliquer la structure du prisme de Nankai au sud ouest du Japon et s'appuie sur le fait que le décollement présente une zone sismogénique et une zones asismique ayant des propriétés mécaniques très différentes. [Miyakawa et al. \(2010\)](#) a utilisé un prototype similaire afin d'étudier numériquement les conditions d'activation d'un chevauchement hors-séquence.

Les parties externe et interne du décollement sont caractérisées par leur friction et leur coefficient de pression :  $\varphi_E$  et  $\lambda_E$ , et  $\varphi_I$  et  $\lambda_I$ , respectivement. Dans toute la suite,  $\varphi_I$  et  $\lambda_I$  sont fixés à  $15^\circ$  et 0,6. Le point noté  $D$  séparant les deux régions sera situé à 30 km du front du prisme (point  $C$ ). La longueur totale du décollement ( $L_{CA}$ ) est de 50 km. Pour ce qui est du corps du prisme la masse volumique, l'angle de friction et le coefficient de pression sont fixés à  $2120 \text{ kg/m}^3$ ,  $25^\circ$  et 0,6.

[Cubas et al. \(2011\)](#) ont déjà appliqué l'approche numérique du calcul à la rupture développée par [Souloumiac et al. \(2010\)](#) sur des prototypes similaires sans pression de pore. Ils ont mis en évidence dans certaines conditions la prédominance d'un mécanisme jusqu'alors non observé dans ce type de travaux. Il diffère du *mécanisme classique* composé d'une rampe et d'un rétro-chevauchement et mettant en jeu une activation partielle du décollement (voir Figures 1.2d ou 2.2d de la première partie). En effet, il ne présente qu'une seule faille, prenant racine à la transition entre les deux unités mécaniques, qui sépare le prisme en deux sous-domaines tous les deux en mouvement. Un mécanisme similaire avait déjà été considéré par [Del Castello et Cooke \(2008\)](#). La première question fondamentale à laquelle s'intéresse cette étude serait de vérifier de manière analytique la dominance d'un tel mécanisme par rapport aux mécanismes présentés dans le chapitre 2 de la première partie (page 36).

Une autre question abordée dans cette étude est la pertinence du coefficient de friction équivalent introduit par [Dahlen \(1984\)](#) pour caractériser la résistance d'une discontinuité

en tenant compte à la fois de la friction et du coefficient de pression. L'expression de ce coefficient de friction équivalent pour une discontinuité  $\delta$  est :

$$\mu'_\delta = \tan(\varphi_\delta)(1 - \lambda_\delta)/(1 - \lambda_B) \quad (1.3)$$

où  $\lambda_B$  est le coefficient de pression dans la roche environnant la discontinuité. Dans le cas du prisme critique, [Dahlen \(1984\)](#) étudie la stabilité d'une structure homogène et ne présentant des discontinuités décrites que par un seul angle de friction et un seul coefficient de pression. Dans ce cas l'introduction de ce coefficient de friction équivalent,  $\mu'_\delta$ , est strictement équivalente au fait de considérer à la fois la friction  $\varphi_\delta$  et le coefficient de pression  $\lambda_\delta$ .

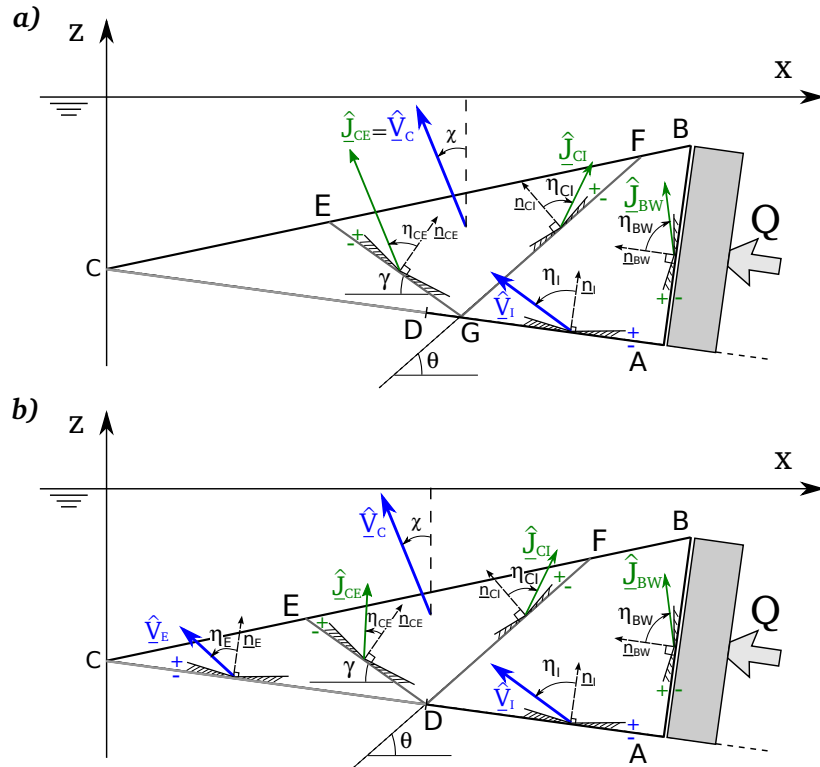


FIGURE 1.4 – (a) **Premier mécanisme considéré** : il met en jeu une activation partielle du décollement des points  $A$  à  $G$  ainsi que d'une rampe (segment  $GE$ ) et d'un rétro-chevauchement (segment  $GF$ ). (b) **Deuxième mécanisme considéré** : l'intégralité du décollement est activée, mais le prisme est divisé en trois sous-domaines par deux failles (segments  $DE$  et  $DF$ ). La racine des deux failles est située à la transition entre les deux régions du décollement. Dans les deux cas, le champ de vitesse virtuelle (en bleu) est constant sur chaque sous-domaine et les sauts de vitesse sur les différentes discontinuités sont représentés en vert.



Les mécanismes mis en compétition dans cette analyse sont les suivants :

- le *mécanisme classique* composé d'une rampe et d'un rétro-chevauchement et mettant en jeu une activation partielle du décollement, pour lequel la position de la racine de la rampe et du rétro-chevauchement (point  $G$ ) est contrainte d'appartenir au segment  $AD$ . Ce mécanisme sera dominant pour des conditions sous-critiques ;
- le mécanisme représenté sur la Figure 1.4b. Deux failles prenant racine au niveau de la transition entre les deux régions du décollement séparent le prisme en trois sous-domaines appelés *externe*, *interne* et *central* de vitesses non-nulles  $\hat{V}_E$ ,  $\hat{V}_I$  et  $\hat{V}_C$  respectivement. Les orientations de ces trois vitesses vont être optimisées. Ainsi, ce mécanisme dans certains cas particuliers concernant les sauts de vitesses sur les deux failles  $DE$  et  $DF$ , peut se dériver en deux mécanismes différents. Tout d'abord si les deux sauts de vitesse sont non-nuls, on obtient un mécanisme complexe illustré par la Figure 1.4b. Ensuite, dans le cas où le deux sauts de vitesse sont nuls, on retrouve le mécanisme introduit dans la première partie pour les conditions super-critiques. Enfin, si un seul des sauts de vitesse est nul, on obtient le mécanisme observé par [Cubas et al. \(2011\)](#) ou [Del Castello et Cooke \(2008\)](#). Dans tous les cas, comme l'intégralité du décollement est activée, ce mécanisme correspond à des conditions super-critiques.

### 1.2.2 Étude paramétrique

#### Expression des majorants de $Q$ pour les différents mécanismes

Dans le cas du **premier mécanisme**, illustré Figure 1.4a, les paramètres le caractérisant entièrement sont  $\gamma$  et  $\theta$  les pendages de la rampe et du rétro-chevauchement, les orientations des différentes vitesses et saut de vitesse ( $\eta_D$ ,  $\eta_{CE}$ ,  $\eta_{CI}$  et  $\eta_{BW} = -\nu_{BW}$ ), ainsi que  $d$  la distance entre le point  $A$  et la racine  $G$  des deux failles. Le détail de la dérivation du majorant de la force pour ce *mécanisme classique* est donné dans la section 2.3.2 (page 42). Son expression est la suivante :

$$\begin{aligned}
Q_{m1} = & \rho g \mathcal{S}_{HW} \cos(\eta_R - \gamma) \hat{V}_C + \rho g \mathcal{S}_{BS} \cos(\eta_D - \beta) \hat{V}_I \\
& + L_{EF} \frac{p(E) + p(F)}{2} \cos(\eta_{CE} - \gamma - \alpha) \hat{V}_C \\
& + L_{FB} \frac{p(F) + p(B)}{2} \cos(\eta_D - \beta - \alpha) \hat{V}_I \\
& + \left( C_D \cot(\varphi_D) - \frac{p_{DI}(G) + p_{DI}(A)}{2} \right) \cos(\eta_D) \hat{V}_I \\
& + \left( C_R \cot(\varphi_R) - \frac{p(G) + p(E)}{2} \right) L_{GE} \cos(\eta_{CE}) \hat{V}_C \\
& + \left( C_{BT} \cot(\varphi_{BT}) - \frac{p(G) + p(F)}{2} \right) L_{FG} \cos(\eta_{CI}) \hat{J}_{CI} \\
& + \left( C_{BW} \cot(\varphi_{BW}) - \frac{p(A) + p(B)}{2} \right) H \cos(\nu_{BW}) \hat{J}_{BW}.
\end{aligned} \tag{1.4}$$

où  $\mathcal{S}_{HW}$  et  $\mathcal{S}_{BS}$  sont les surfaces des sous-domaines  $EFG$  et  $ABFG$  ;  $p_{DI}(G)$  et  $p_{DI}(A)$  sont les pressions aux points  $G$  et  $A$  dans le décollement, l'indice  $I$  se référant au fait que

ces points sont dans la région interne.

Intéressons nous maintenant au cas du **second mécanisme**, illustré Figure 1.4b. Nous allons noter :  $\eta_E$  et  $\eta_I$  les orientations des vitesses  $\hat{V}_E$  et  $\hat{V}_I$  par rapport à la normale du décollement ;  $\chi$  l'orientation de  $\hat{V}_C$  par rapport à la verticale ;  $\eta_{CE}$  et  $\eta_{CI}$  les orientations par rapport à la normale des discontinuités, des sauts de vitesse  $\hat{J}_{CE}$  et  $\hat{J}_{CI}$  de part et d'autre des discontinuités  $DE$  et  $DF$ , respectivement. En suivant la même méthode que pour le premier mécanisme, on obtient :

$$\begin{aligned}
 Q_{m2}(\hat{V}) = & \hat{J}_{BW} H \cos(\nu_{BW}) \left( C_{BW} \cot(\varphi_{BW}) - \frac{p(A) + p(B)}{2} \right) \\
 & + \hat{V}_I \left( S_I \rho g \cos(\eta_I - \beta) + \cos(\eta_I - \alpha - \beta) L_{FB} \frac{p(F) + p(B)}{2} \right) \\
 & + \hat{V}_I \cos(\eta_I) L_{DA} \left( C_D \cot(\varphi_I) - \frac{p_{DI}(A) + p_{DI}(D)}{2} \right) \\
 & + \hat{V}_C \left( S_C \rho g \cos(\chi) + \cos(\chi - \alpha) L_{EF} \frac{p(F) + p(E)}{2} \right) \\
 & + \hat{V}_E \left( S_E \rho g \cos(\eta_E - \beta) + \cos(\eta_E - \alpha - \beta) L_{CE} \frac{p(C) + p(E)}{2} \right) \\
 & + \hat{V}_E \cos(\eta_E) L_{CD} \left( C_D \cot(\varphi_E) - \frac{p_{DE}(D) + p(C)}{2} \right) \\
 & + \hat{J}_{CI} \cos(\eta_{CI}) L_{DF} \left( C_R \cot(\varphi) - \frac{p(F) + p(D)}{2} \right) \\
 & + \hat{J}_{CE} \cos(\eta_{CE}) L_{DE} \left( C_{BT} \cot(\varphi) - \frac{p(E) + p(D)}{2} \right),
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

Les indices  $DE$  et  $DI$  pour la pression font référence aux parties externe et interne du décollement.  $S_I$ ,  $S_E$  et  $S_C$  sont les surfaces des sous-domaines interne, externe et central.

Dans les deux cas, la force est optimisée numériquement. Enfin, nous n'allons par la suite considérer que des matériaux non-cohésifs, c'est à dire que  $C_\alpha = 0$  ( $\alpha = D, R, BT$  ou  $BW$ ).

### Cas où la partie interne est sous-critique : $\alpha = 3^\circ$

L'influence des propriétés de la région externe,  $\{\varphi_E, \lambda_E\}$ , sur le mécanisme dominant est tout d'abord étudiée dans le cas où la partie interne du prisme est sous-critique. Pour cela, la pente de la surface est fixée à  $\alpha = 3^\circ$  qui est inférieure à la pente critique  $\alpha_c = 4,36^\circ$  qui est donnée dans la première partie (voir page 36). En effet dans le cadre de l'étude faite dans cette partie, les propriétés choisies étaient les mêmes que pour la région interne du décollement et les matériaux constituant le prisme.

Les résultats de cette analyse sont présentés dans la Figure 1.5. Sur celle-ci la valeur de  $\gamma$  (orientation de la rampe ou de la faille  $DE$  suivant les cas, voir Figure 1.3) est donnée par une échelle de couleur dans un plan  $\{\varphi_E, \lambda_E\}$ . Lorsque  $\gamma \leq \pi/2$ , il correspond au pendage de la discontinuité frontale. Dans le cas contraire, il représente toujours l'orientation de cette discontinuité, mais celle-ci est orientée vers l'arrière du prisme.

Sur la Figure 1.5a, la partie bleue foncée correspondant à une grande friction et une faible pression dans la région externe, est associée à une déformation à l'arrière du prisme grâce à l'activation d'une rampe et un rétro-chevauchement de pendage  $\gamma = 26,6^\circ$  et  $\gamma = 44,1^\circ$  respectivement. Ce mécanisme qui correspond à la déformation d'un prisme sous-critique est illustré par le schéma numéro 3 de la Figure 1.5b. Les pendages de la rampe et du rétro-chevauchement ne dépendent pas de  $\varphi_E$  et  $\lambda_E$  car la région externe n'est pas du tout activée.

Dans le reste de la Figure 1.5a, le prisme est super-critique dans le sens où le mécanisme dominant nécessite une activation complète du décollement bien que le prisme soit divisé

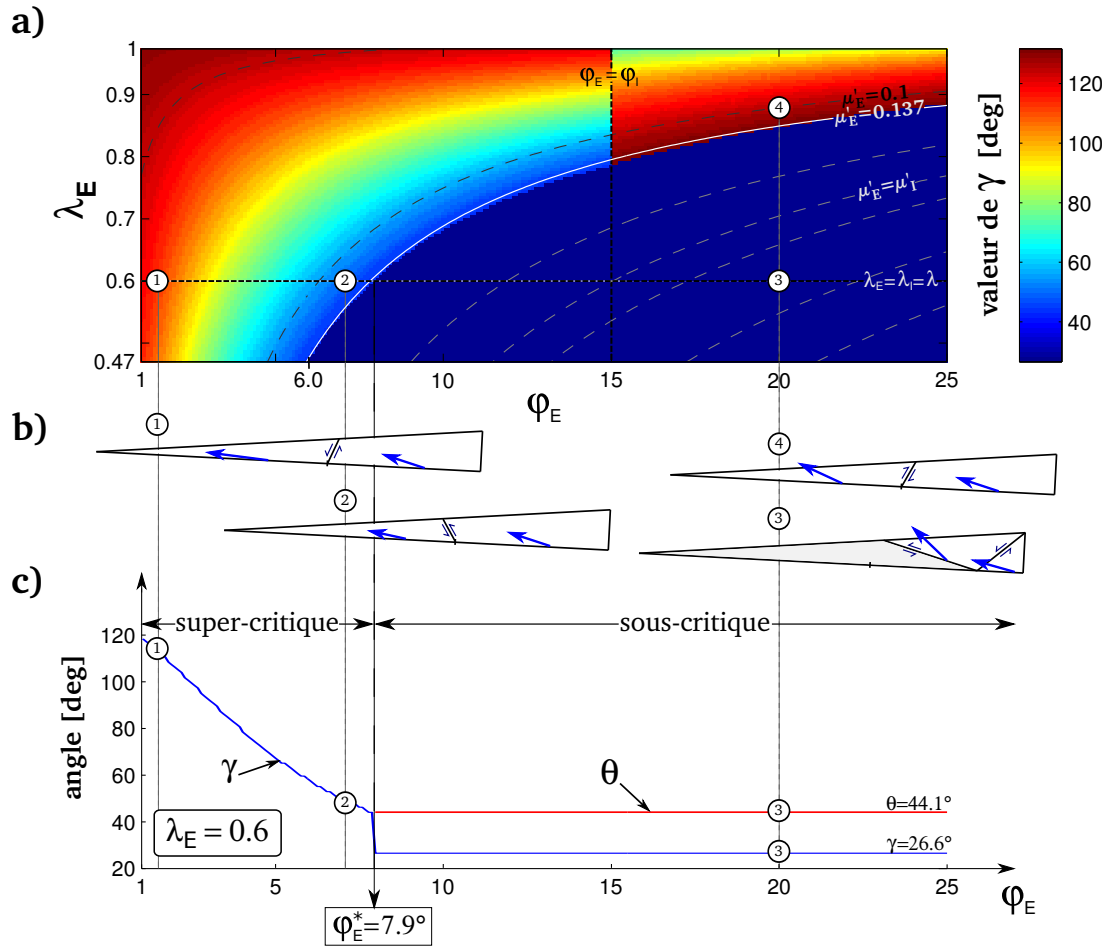


FIGURE 1.5 – (a) La valeur optimale de l'angle  $\gamma$  orientant la rampe (voir Figure 1.4b) pour  $\alpha = 3^\circ$ , est représentée dans un plan  $\{\varphi_E, \lambda_E\}$  grâce à une échelle de couleur allant de  $30^\circ$  à  $130^\circ$ . Les courbes (pointillées ou traits pleins) marquent des iso-valeurs de  $\mu'_E$ . La plus proche valeur de  $\mu'_E$  de la transition entre les conditions sous et super-critiques,  $\mu'_E = 0.137$ , est représentée en blanc. Les mécanismes de ruine aux points numérotés de 1 à 4 sont représentés en (b). (c) Valeur de  $\gamma$  et du pendage du rétro-chevauchement  $\theta$  (s'il existe) en fonction de  $\varphi_E$  pour  $\lambda_E = 0,6$ .

en deux sous-domaines de vitesses différentes. Les schémas numérotés de 1 à 3 de la Figure 1.5b illustrent ce mécanisme. On peut noter que dans aucun cas, on ne rencontre une activation complète du décollement et l'apparition de deux failles distinctes bien que l'on recherche des mécanismes le permettant (Figure 1.3b). En effet, dans tous les cas, le saut de vitesse de l'une des discontinuités est toujours nul. De plus, les orientations optimales de  $\hat{V}_I$  et  $\hat{V}_E$  sont toujours égales à  $\eta_I = \pi/2 - \varphi_I$  et  $\eta_E = \pi/2 - \varphi_E$ , ce qui correspond au cas 2 de la fonction support décrite dans la première partie (page 22) et ceci pour les deux régions du décollement.  $\gamma$  peut varier de plus de  $90^\circ$  dans cette région, ainsi cette faille peut être orientée vers l'avant (schéma n°2 Figure 1.5b) ou vers l'arrière (schéma n°1 et 3 Figure 1.5b) du prisme. L'orientation de la discontinuité séparant les deux domaines est très sensible à la fois à  $\varphi_E$  et à  $\lambda_E$ . La Figure 1.5c illustre l'influence de  $\varphi_E$  sur la valeur de  $\gamma$  pour  $\lambda_E = 0,6$  (courbe bleue). Sur cette Figure, le pendage du rétrochevauchement est aussi indiqué (courbe rouge) pour les conditions sous-critiques, ainsi que les points correspondant aux conditions numérotés de 1 à 3 dans les Figures 1.5a et b. Notons aussi que le saut de  $\gamma$  pour  $\varphi_E^* = 7,9^\circ$  correspond aux conditions de criticalité. Il est intéressant de remarquer que cet angle de friction critique  $\varphi_E^*$  augmente avec le coefficient de pression,  $\lambda_E$ , de la région externe et que la transition semble caractérisée par un coefficient de friction équivalent de la région externe approximativement constant :  $\mu'_E = 0,137$ .

Des changements brutaux dans la valeur de  $\gamma$  ne s'observent pas seulement pour la transition sous-critique à super-critique mais aussi pour les conditions super-critiques lorsque  $\varphi_E = \varphi_I$ . Ainsi, une légère augmentation de  $\varphi_E$  peut entraîner un changement drastique de mécanisme si cette valeur limite est dépassée. Par exemple pour  $\lambda_E \sim 0,85$ , l'orientation de la faille passe de  $\sim 70^\circ$  à  $\sim 125^\circ$  lorsque  $\varphi_E$  change de  $14^\circ$  à  $16^\circ$ . De plus, concernant les mouvements relatifs des blocs interne et externe, le bloc interne monte par rapport au bloc externe si  $\varphi_E < \varphi_I$  et inversement si  $\varphi_E > \varphi_I$ . Ainsi, il est possible d'observer des failles normales alors que le système est en milieu compressif. On peut tout de même noter que les conditions pour observer ces failles normales (très fort  $\lambda_E$  pour  $\varphi_E > \varphi_I$  ainsi que très fort  $\lambda_E$  et/ou très faible  $\varphi_E$  si  $\varphi_E < \varphi_I$ ) ont peu de réalité géologique.

Enfin, le dernier point concerne la pertinence du coefficient de friction équivalent pour décrire ce prisme hétérogène. La Figure 1.6 représente la valeur de  $\gamma$  en fonction des valeurs de  $\varphi_E$  et  $\lambda_E$  pour une distribution constante de  $\mu'$  sur le décollement. La valeur de  $\mu'_I$ , égale à 0,27, est fixe dans toute notre analyse et celle de  $\mu'_E$  vaut 0,1 pour la Figure 1.6. L'ensemble des conditions possibles est caractérisé par l'une des courbes en pointillée de la Figure 1.5a. Pour  $\varphi_E < \varphi_I$ , l'orientation optimale de la faille est  $\gamma = 56,2^\circ$  tandis que pour  $\varphi_E > \varphi_I$ , elle est de  $\gamma = 125,0^\circ$ . Le résultat principal de cette Figure est qu'une même distribution de  $\mu'$  peut conduire à plusieurs mécanismes.

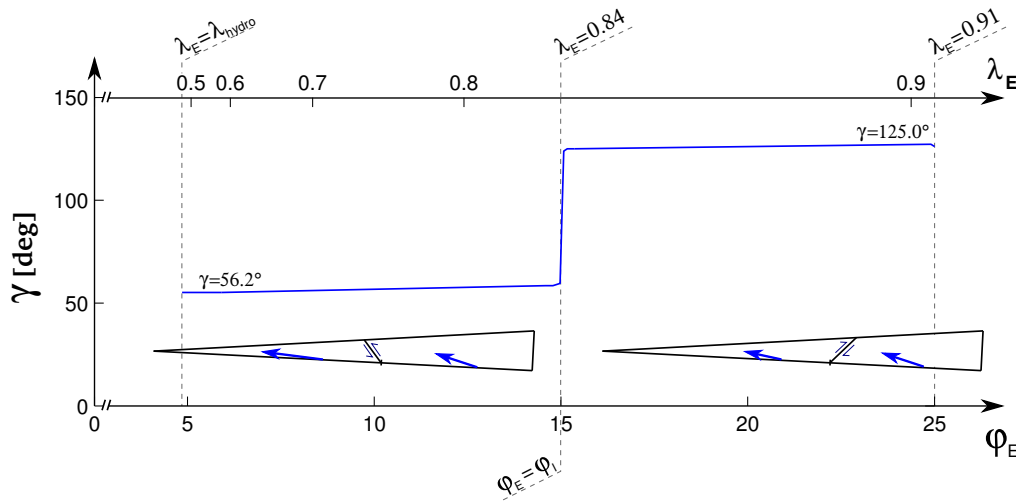


FIGURE 1.6 – Valeur optimale de  $\gamma$  en fonction de  $\varphi_E$  et  $\lambda_E$  pour une valeur constante de  $\mu'_E = \tan(\varphi_E)(1 - \lambda_E)/(1 - \lambda)$ . On observe une transition entre une faille orientée vers l'avant à une faille orientée vers l'arrière du prisme pour  $\varphi_E = \varphi_I$  exactement.

### Cas où la partie interne est super-critique : $\alpha = 5^\circ$

Une analyse similaire à celle du paragraphe précédent est faite pour un prisme dont la région interne est super-critique ( $\alpha = 5^\circ$ ).

La Figure 1.7 présente les résultats de cette analyse. Elle est très similaire à la Figure 1.5 déjà discutée tant dans la forme que dans les conclusions. En effet, ici aussi on observe deux types de stabilité suivant les valeurs de  $\varphi_E$  et  $\lambda_E$  :

- pour de forts  $\varphi_E$  et de faibles  $\lambda_E$ , le mécanisme dominant est un mécanisme que l'on nommera intermédiaire dans le sens où il ressemble au mécanisme observé dans des conditions sous-critiques, à la différence qu'il prend racine à la transition entre les deux régions et non à l'arrière. Ceci est dû au fait que la région interne est super-critique, ainsi la déformation est envoyée à l'avant de cette région. De plus, l'importance de ce domaine a considérablement diminué par rapport au cas précédent.
- pour de faibles  $\varphi_E$  et de forts  $\lambda_E$ , le mécanisme dominant consiste en l'activation complète du décollement et d'une seule faille divisant le prisme en deux sous-domaines présentant des vitesses différentes.

La transition entre les deux domaines semble caractérisée ici par un  $\mu'_E$  égal à 0,285.

### 1.2.3 Peut-on définir un critère de stabilité global ?

Nous avons vu dans les deux précédents paragraphes que la transition entre les conditions super-critique et sous-critique ou intermédiaire, bien que dépendant de façon complexe de  $\varphi_E$  et  $\lambda_E$ , peut être approximativement caractérisée par une valeur constante de  $\mu'_E$ . On peut alors se demander si l'on peut trouver une relation simple entre les valeurs de  $\mu'_E$  et  $\mu'_I$  et les extensions relatives des deux régions, afin de prédire la criticalité globale

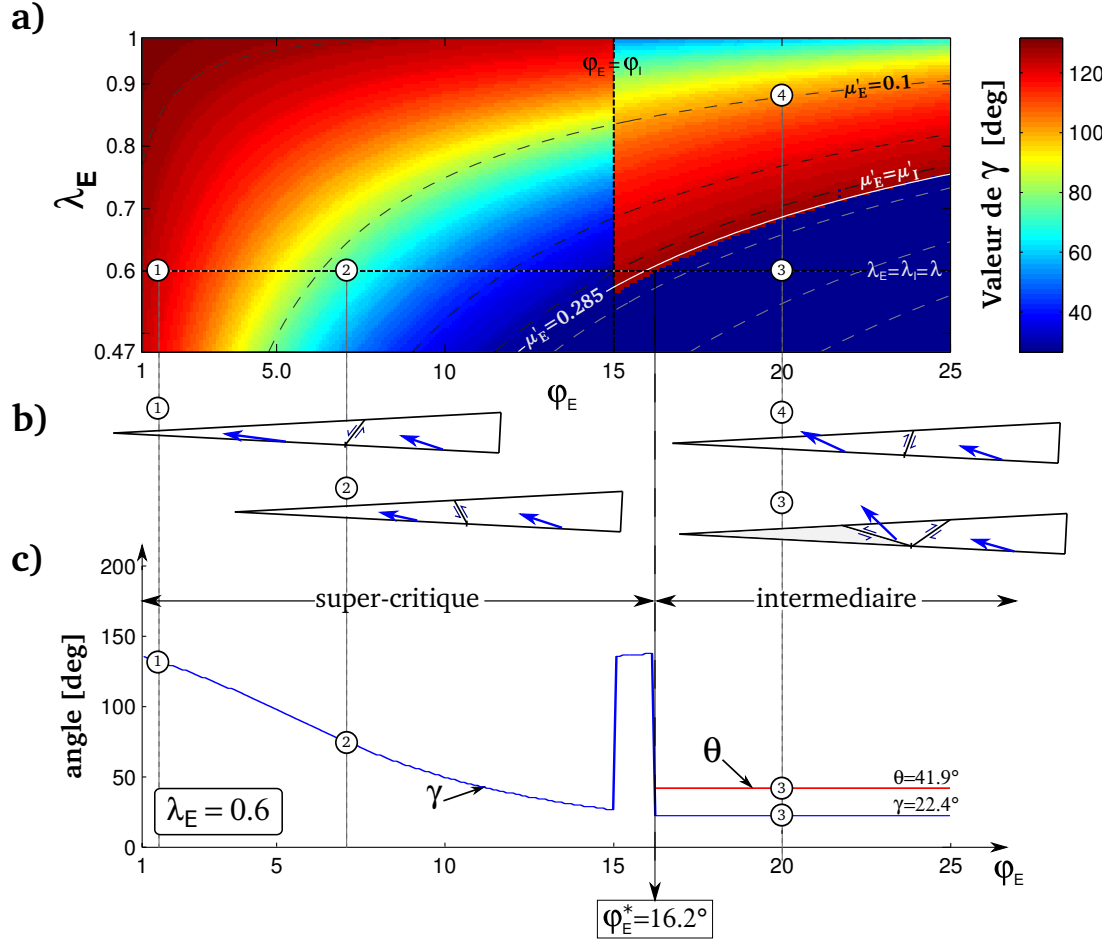


FIGURE 1.7 – (a) La valeur optimale de l'angle  $\gamma$  orientant la rampe (voir Figure 1.4b) pour  $\alpha = 5^\circ$ , est représentée dans un plan  $(\varphi_E, \lambda_E)$  grâce à une échelle de couleur allant de  $30^\circ$  à  $130^\circ$ . Les courbes (pointillées ou traits pleins) marquent des iso-valeurs de  $\mu'_E$ . La plus proche valeur de  $\mu'_E$  de la transition entre les conditions sous et super-critiques,  $\mu'_E = 0,285$ , est représentée en blanc. Les mécanismes de ruine aux points numérotés 1 à 4 sont représentés en (b). (c) Valeur de  $\gamma$  et du pendage du rétro-chevauchement  $\theta$  (si il existe) en fonction de  $\varphi_E$  pour  $\lambda_E = 0,6$ .

du prisme. La Figure 1.8 représente la valeur de  $\mu'_E$  caractérisant le mieux la transition en fonction du pourcentage du décollement que représente la région interne du prisme dans le cas où  $\alpha = 5^\circ$ . Tout d'abord, bien que la partie interne du prisme soit sous-critique ( $\mu'_I > \mu'_{crit}$ ), une partie externe assez étendue ou assez faible (faible  $\mu'_E$ ) peut rendre le prisme sur-critique. Si la partie externe n'excède pas 40% du décollement, quel que soit la faiblesse de celle-ci, l'activation globale du décollement sera impossible. Enfin, au delà de cette étendue, la valeur maximale de  $\mu'_E$  pouvant conduire à l'activation complète du décollement augmente jusqu'à  $\mu'_{crit}$  lorsque l'étendue de la région externe atteint  $\sim 90\%$  de celle du décollement. Bien que cette tendance soit tout à fait logique, aucune relation simple entre ce critère de stabilité, les valeurs de  $\mu'_E$  et  $\mu'_I$  et les extensions relatives des deux régions ne semble apparaître.

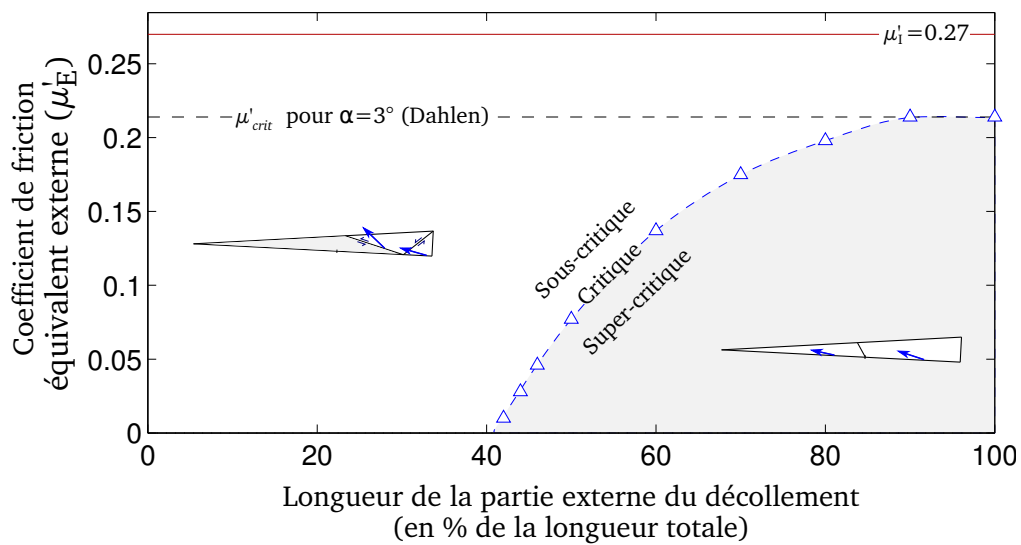


FIGURE 1.8 – Valeur critique de  $\mu'_E$  (triangles bleus) approximant le mieux la transition entre les conditions sous et super-critiques en fonction de la longueur relative de la région externe du décollement pour  $\alpha = 3^\circ$ .

---

#### 1.2.4 Conclusion

**Cette étude paramétrique** sur un prototype simple met en évidence deux points essentiels :

- d'une part, l'introduction d'hétérogénéités dans le décollement, même simples, conduit à l'apparition de modes de déformation plus complexes (une seule faille pouvant être subverticale) et à l'impossibilité de décrire de manière simple les conditions de stabilité des prismes ;
- d'autre part, lorsque les propriétés ne sont pas homogènes, la prise en compte des pressions de fluide ne peut être substituée par l'utilisation d'un coefficient de friction réduit.

## Conditions de pression et activation d'un chevauchement hors séquence

---

CE CHAPITRE s'intéresse au cas particulier du grand chevauchement hors séquence, *splay fault*, du transect de Kumano du prisme de Nankai (Japon). Présenté en partie sous la forme d'un article soumis pour publication au journal *Earth and Planetary Science Letters*, il examine, grâce à l'approche externe du calcul à la rupture les conditions de pression pouvant conduire à l'activation de cette *splay fault*. De plus, grâce à une étude paramétrique systématique et à l'introduction de carte de stabilité en fonction de différents paramètres, quelques scénarios pouvant expliquer la désactivation de cette *splay fault* lors des derniers millions d'années sont décrits.

LA DERNIÈRE SECTION DE CE CHAPITRE s'attache à appliquer la méthode numérique introduite dans le dernier chapitre de la première partie (page 49) au même problème d'activation de la *splay fault* du transect de Kumano de Nankai.



---

## Sommaire

---

Résumé de l'article . . . . .	115
<b>Article : Fluid pressure conditions for the activation of the splay-fault in the Kumano transect, Nankai, South-West Japan . . . . .</b>	<b>116</b>
Abstract . . . . .	116
2.1 Introduction . . . . .	116
2.2 Prototype and methodology . . . . .	118
2.3 Results . . . . .	121
2.4 Concluding discussion . . . . .	126
<b>Electronic supplement . . . . .</b>	<b>127</b>
2.5 A summary of the method . . . . .	127
2.6 Collapse mechanism and virtual velocity field . . . . .	128
2.7 Determination of the upper bound for a given $KA$ velocity field . . . . .	131
<b>Détermination des conditions d'activation de la splay-fault du transect de Kumano (Nankai, Japon) : approche numérique . . . . .</b>	<b>132</b>
2.8 Mise en place des prototypes . . . . .	132
2.9 Exemple : activation de la <i>splay fault</i> . . . . .	133
2.10 Comparaison entre l'approche analytique et l'approche numérique . . . . .	135
2.11 Conclusion . . . . .	136

---

## Résumé de l'article

Dans cet article nous nous intéressons aux conditions d'activation du grand chevauchement hors séquence observé dans la section de Kumano du prisme de Nankai qui est la cible de la campagne de forage NANTROSEIZE. Ce grand chevauchement, nommé *splay fault* qui s'enracine au niveau du décollement à environ 44 km du front du prisme et le traverse entièrement, est suspecté d'avoir accommodé une partie du déplacement cosismique du séisme de 1944 (*Baba et al.*, 2006).

L'approche cinématique du calcul à la rupture présentée dans la première partie est utilisée pour déterminer, suivant le champ de pression de pore, le mécanisme dominant accommodant le raccourcissement. Le prototype considéré présente la topographie réelle, un décollement droit comportant deux régions caractérisées par deux coefficients de pression distincts :  $\lambda_I$  et  $\lambda_E$  pour les régions interne et externe, respectivement. La région interne correspond à la zone sismogénique. Le mécanisme mettant en jeu l'activation de la *splay fault* est confronté à un autre mode de déformation mettant en jeu une rampe droite pouvant prendre racine n'importe où sur le décollement que ce soit à l'arrière, au front ou dans la région centrale du prisme. Dans le cas où une déformation dans la région centrale du prisme est dominante, la racine de la rampe est très proche de ou exactement à la transition entre les deux régions composant le décollement. La détermination du mode de déformation dominant est faite grâce à l'approche cinématique du calcul à la rupture pour un grand nombre de champs de pression différents. Elle permet de construire des cartes de stabilité du prisme dans un plan  $\{\lambda_I, \lambda_E\}$  pour de grande gamme de pression. L'effet sur le mécanisme dominant des coefficients de pression dans les deux régions du décollement, dans la *splay fault*, ainsi que de la position de la limite entre les deux régions est exploré de manière systématique. De cette manière, l'importance de chacun de ces quatre paramètres sur l'activation de la *splay fault* est étudié. On montre notamment la nécessité d'une forte pression de fluide dans celle-ci afin de l'activer du fait de l'orientation peu favorable de celle-ci.

Enfin, grâce aux différentes cartes construites, trois scénarios pouvant expliquer la désactivation de la *splay fault* qui a eu lieu dans les dernières centaines de milliers d'années peuvent être avancés. Ces trois scénarios peuvent être résumés de la façon suivante : 1) une augmentation de la pression de fluide dans la région externe du décollement ; 2) une diminution de la pression de fluide dans la *splay fault* ; et 3) une migration vers le front du prisme de la limite entre les deux zones du décollement.

---

---

## Fluid pressure conditions for the activation of the splay-fault in the Kumano transect, Nankai, South-West Japan

Adeline Pons<sup>1</sup>, Yves M. Leroy<sup>1</sup> and Siegfried Lallemant<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Géologie, CNRS, École normale supérieure, Paris, France

<sup>2</sup> Géosciences & Environnement Cergy, Université de Cergy-Pontoise, France.

*Soumis à publication*

---

---

### abstract

The possibilities for the activation of the splay fault (SF) in the Kumano transect of Nankai accretionary wedge (South-East Japan) are established in terms of pressure ratios for a 2D prototype with a straight décollement partitioned into two sections, the internal section corresponding to the seismogenic zone. The SF activation is in competition with three other modes of thrusting, the first in the rear, the second at the front and the third mode in the central region, close to or at the transition between the two sections of the décollement but not along the SF. One of these four modes of deformation prevails for certain pressure conditions which are determined by application of the kinematic approach of classical limit analysis developed in soil mechanics. The position of the décollement transition with respect to the root of the SF on the décollement as well as the total length of the internal section of the décollement are shown to influence the conditions for the SF activation. Three scenarios are discussed to explain the deactivation of the splay-fault which is known to have occurred in the past : the increase of the pressure in the external region of the décollement, the decrease of the pressure ratio within the SF and the seaward migration of the décollement transition point.

**Keywords :** *accretionary prisms ; critical taper theory ; limit analysis ; pressure ratio ; Kumano transect ; Nankai*

## 2.1 Introduction

The Kumano transect off the Kii peninsula in Eastern Nankai was a target for IODP deep drilling in the seismogenic zone of the subduction (Nantroseize project). The subduction complex is divided into two distinct domains of different topographic slopes separated by a large splay fault (SF), as seen on seismic profiles (*Park et al., 2002; Moore et al., 2009*) and in Figure 2.1. The landward domain is covered with the nearly undeformed 1.5 km thick Kumano forearc basin and the seaward part corresponds to a recently accreted fold and thrust wedge. This Kumano area suffered a large earthquake (magnitude 8.1) known as Tonankai earthquake in 1944 for which the coseismic rupture did not extend up to the trench but most probably involved some motion along the SF (*Baba et al., 2006*). On a different time scale, the study of both the SF (*Strasser et al., 2009; Kimura et al., 2011*) and the sedimentary record of its activity in the Kumano basin (*Ashi et al., 2012; Strasser et al., 2009; Gulick et al., 2010*) shows that the SF velocity varied through time

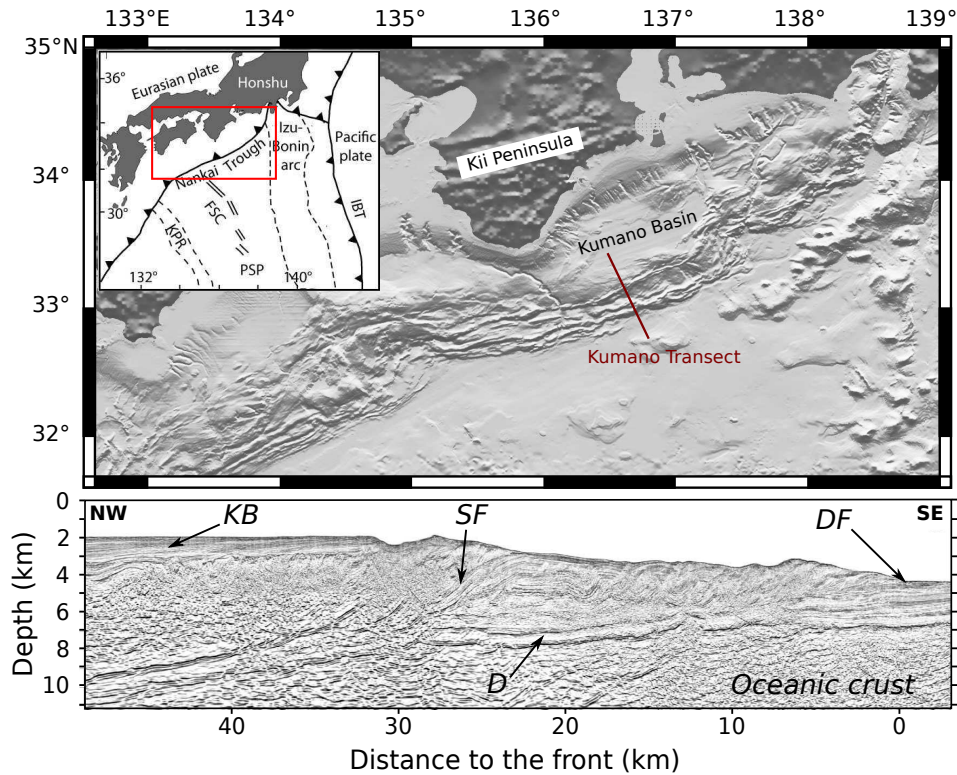


FIGURE 2.1 – A map positioning the Kumano transect off the South coast of Japan. The migrated seismic profile of [Moore et al. \(2009\)](#) with the position of the Kumano basin (KB), the splay fault (SF), the deformation front (DF) and the décollement (D) (modified from [Moore et al. \(2009\)](#)).

and slowed down dramatically for the last 200 Ky, whereas most of the steady-state slip in the aseismic wedge seems concentrated on the frontal thrust system ([Kimura et al., 2007](#)). This slip partitioning in the subduction complex as well as the possible presence of different pressures in the seismic and the aseismic regions of the décollement (e.g. [Saffer et Tobin, 2011](#)) question the mechanical stability of the accretionary wedge with a competition between the motion along the basal décollement and the SF. It is the objective of this contribution to discuss these stability conditions in terms of fluid pressure and position of the upper limit of the seismogenic section of the décollement.

The prediction of the active deformation in accretionary wedges relies most often on the stability theory of [Dahlen \(1984\)](#) which is only valid for infinitely long prisms with a topography having a constant dip  $\alpha$ , and composed of a homogeneous, cohesionless frictional material. The wedge is resting on a décollement of constant dip  $\beta$  and uniform frictional property. Dahlen's theory results in the critical slope  $\alpha_c$ , function of  $\beta$  and of the material friction angles, for which the deformation could occur by slip along any section of the décollement and by faulting anywhere within the wedge. [Cubas et al. \(2008\)](#) have generalized this stability theory to wedges of arbitrary geometry and frictional properties by application of the maximum strength theorem ([Maillot et Leroy, 2006](#)) which is the kinematic approach of the classical limit analysis ([Salençon, 2002](#)). The application of this

theory by *Cubas et al. (2008)* to the perfect triangular wedge, although of finite size, shows that the deformation by thrusting occurs at the back or at the front for topographic slope  $\alpha$  smaller or larger than the critical slope  $\alpha_c$ , respectively. *Pons et Leroy (2012)* have extended this theory by accounting for fluid pressures in the saturated wedge and in its inherited faults and décollement. It is this extended theory which is applied in this contribution with the complexity of the introduction of a décollement partitioned into two sections, the internal and the external sections, corresponding to the seismic and the aseismic zones, respectively. This partitioning of the décollement leads to an extra domain of stability for which thrusting occurs in the central region of the wedge, close to or at the transition between the two sections or otherwise by the activation of the SF.

The contents of this paper are as follows. The next section presents the prototype and the methodology, the details of the mechanical analysis being postponed to the electronic supplement. Section 3 proposes a series of stability maps spanned by the pressure ratios, as defined by *Hubbert et Rubey (1959)*, of the internal and external sections of the décollement. These maps defines the pressure conditions for which the deformation is either to the rear, to the front or in the central region by a new thrust or by activation of the SF. The existence of a triple point for which the deformation could occur in any of these three regions is established, generalizing the critical stability conditions of *Dahlen (1984)*. The applicability of these maps to explain the activation of the SF in the Kumano transect of Nankai as well as the transfer of activation from the central region to the wedge front is discussed in the final section.

## 2.2 Prototype and methodology

The seismic line of *Moore et al. (2009)* presented in our Figure 2.1 leads to the interpretation proposed in Figure 2.2a. The prototype proposed in Figure 2.2b is composed of a décollement which is assumed straight and over-thrusting the Shikoku sediments. The SF is bi-linear and is rooting at point S which is 44 km away from the trench at point C. The total length of the décollement, distance AC, is set to either 75 or 90 km. Point D defines the boundary between the two décollement sections, the internal and the external sections, and its position is varied in the stability analysis. The back-wall, segment AB, is proposed to be straight and perpendicular to the décollement.

The motivation for varying the length  $L_{CD}$  is coming from the observation that the exact position of the back-wall in the Kumano transect is not obviously determined because of the 3D geometry of this structure. Furthermore, *Pons and Leroy (2012)* have shown that the introduction of a heterogeneous décollement render the stability predictions sensitive to the exact ratio between the lengths of the internal and external section. The reason for changing the position of point D on the décollement with respect to the SF comes from the difficulty to pinpoint its exact position.

All the materials composing the wedge are assumed cohesionless and frictional with friction angle  $\phi_\alpha$  ( $\alpha = B, SF$  and  $D$  for the bulk material, the splay fault and the two regions of the décollement, respectively). Note that the friction angle of the SF is assumed to be smaller than in the bulk material because it is an inherited set of faults. Each region of the wedge is assumed homogeneous. In the whole décollement, the friction angle has constant value and the heterogeneity is due to the fluid pressure which is determined from the relevant pressure ratio  $\lambda_\alpha$  proposed by *Hubbert et Rubey (1959)*. It varies from  $\rho_f/\rho$  to

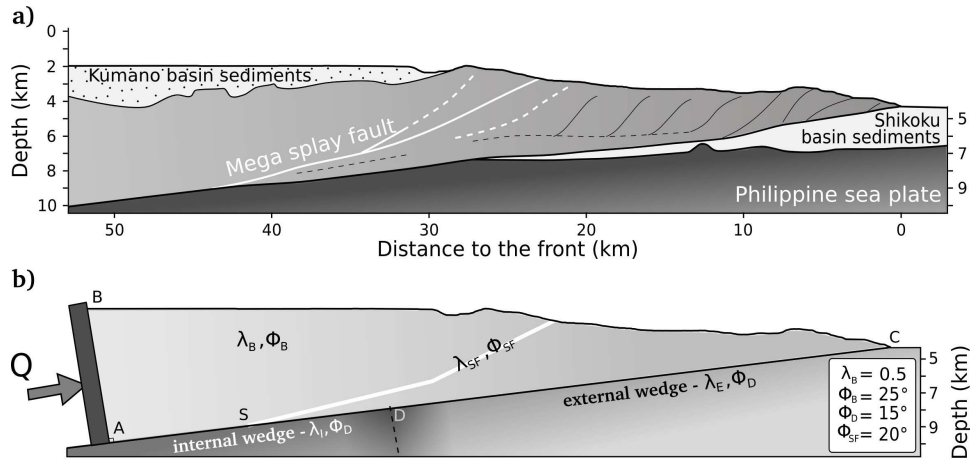


FIGURE 2.2 – (a) The interpretation of the seismic section through the Kumano transect (modified from [Moore et al. \(2009\)](#) in our Figure 2.1). (b) The prototype inferred from (a) : the SF is assumed bi-linear and the décollement straight and partitioned into two sections. The bulk material, the SF and the internal and the external sections of the décollement are characterized by the pressure ratio  $\lambda_\alpha$  and the friction angle  $\phi_\alpha$  ( $\alpha = B, SF, I$  and  $E$ , respectively).

one, corresponding to hydrostatic and lithostatic pressure, respectively,  $\rho_f$  and  $\rho$  denoting the fluid and the saturated rock densities. The pressure ratios of the internal and the external sections of the décollement are varied during the stability analysis. Definition and values of all geometrical and material properties as well as of pressure ratios are summarized in Table 2.1.

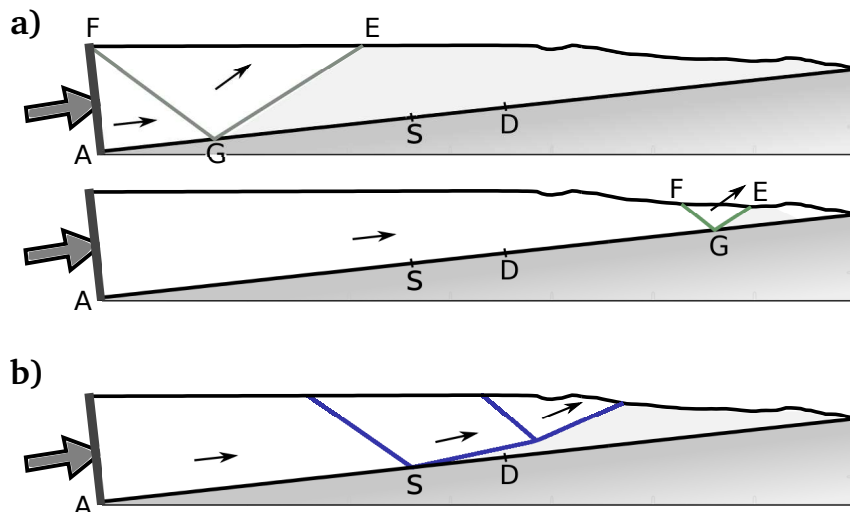
Notation	Definition	Value/Range	Unit
$\beta$	décollement dip	6.23	deg
$L_{AC}$	décollement length	75 or 90	km
$\phi_B$	bulk friction angle	25	deg
$\phi_D$	décollement friction angle	15	deg
$\phi_{SF}$	splay fault friction angle	20	deg
$\rho_f$	fluid phase density	1000	kg/m <sup>3</sup>
$\rho$	saturated rock density	2120	kg/m <sup>3</sup>
$\lambda_{hydro}$	hydrostatic pressure ratio	0.47	-
$\lambda_B$	bulk pressure ratio	0.5	-
$\lambda_E, \lambda_I$	pressure ratio in external and internal section of the décollement	variable [0.50-0.99]	-
$\lambda_{SF}$	bulk pressure ratio	0.50, 0.60 or 0.75	-

TABLEAU 2.1 – Geometrical or material parameters and pressure ratios.

The fundamental concept of the kinematic approach of limit analysis (*Salençon, 2002; Maillot et Leroy, 2006*) is the collapse mechanism which defines the instantaneous mode of deformation of the structure. Two mechanisms are considered :

- The first mechanism is presented in Figure 2.3a at two different positions within the wedge, the rear and the front. It consists of a thrusting and is composed of the activation of the décollement from point A to point G where the straight ramp (GE) and shear plane (GF) are rooting. These faults divide the structure in three zones with the following velocities : the foot-wall is at rest, the hanging wall bounded by the two faults is moving up the ramp, and finally, the material behind the shear plane defines the back-stop and is sliding on the décollement AG. Any position of point G and any dip of the two faults are considered including a root seaward of the upper end of the seismogenic zone.
- The second collapse mechanism corresponds to the activation of the SF, as illustrated in Figure 2.3b. This second collapse mechanism resembles the first mechanism except for the ramp which is bilinear and for the introduction of a second shear plane at the ramp dip discontinuity which partitions the hanging wall into two sub-regions.

The theoretical framework of *Pons et Leroy (2012)* does provide the least upper bound to the tectonic force necessary for the activation of the SF by selecting the appropriate dips of the two shear planes as well the least upper bound to the force necessary for any first collapse mechanism by optimizing the two dips and the root position. The mode of collapse having the smallest least upper bound is said to be dominant. Further information on the computation of the bounds for the two collapse mechanisms are found in the Electronic Supplement.



**FIGURE 2.3** – Two collapse mechanisms are considered : (a) the first consists of the partial activation of the décollement (AG), a ramp (GE) and a shear plane (GF) rooting at the same point on the décollement. The mechanism is either at the back, to the front or close to the transition, point D. (b) The second collapse mechanism corresponds to the activation of the splay fault.

## 2.3 Results

The results of the stability analysis are presented in maps in the plane spanned by the pressure ratios of the internal and the external part of the décollement, as for the generic example proposed in Figure 2.4a. These results are obtained for the shorter wedge  $L_{AC} = 75$  km, the pressure ratio  $\lambda_{SF} = 0.6$  and assuming that the SF roots outside the seismogenic zone ( $DS = 11$  km). The range of pressure on the two axes are divided in 30 segments and a total of 900 analyses are performed to construct each stability map. Four domains are identified in the stability map, numbered from 1 to 4 and corresponding to dominant deformation at the rear, in the front, in the central region by action the SF activation or by a new thrust, respectively. To illustrate the spatial variability in the first collapse mechanism for each domain, all collapse mechanisms encountered in domains 1 to 4 are superposed in Figure 2.4b to e, respectively. In domain 1, the collapse mechanism is at the rear with the shear plane outcropping at the contact of the back-wall. Point G varies spatially explaining the triangular shape of the domain swept by all potential shear planes. The ramp dip does not vary significantly explaining the large strip occupied by all possible ramps. Domain 2 of the stability map has three shades of grey corresponding to three frontal positions of the first collapse mechanism. The lighter the grey shade in

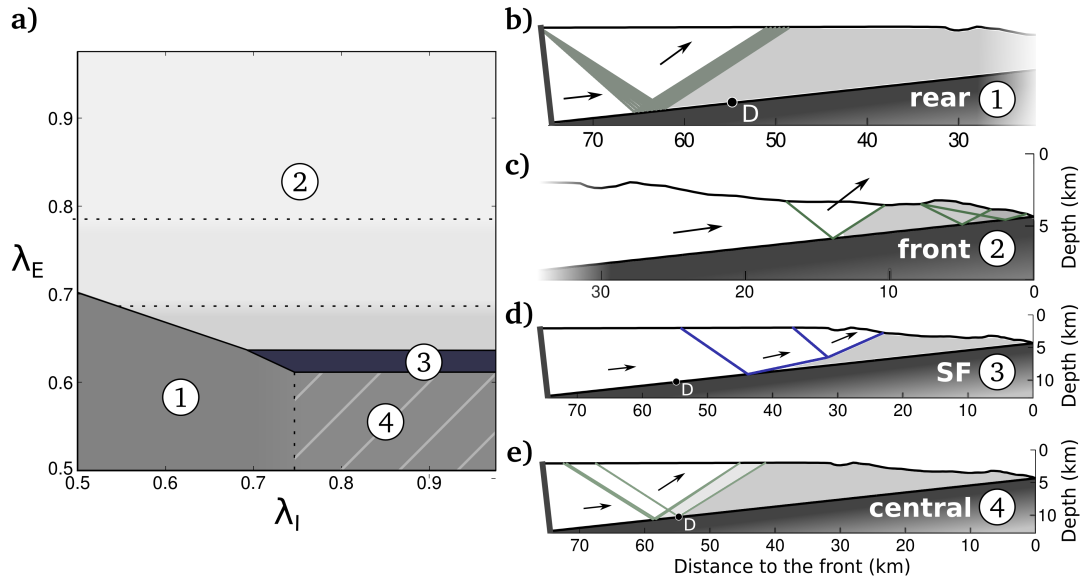


FIGURE 2.4 – (a) Typical stability map in the plane  $\{\lambda_I, \lambda_E\}$  divided in four domains numbered 1 to 4 and corresponding to a dominant mode of deformation by thrusting in the rear, at the front, in the central region or by SF activation, respectively. The four domains corresponds either to specific positions of the first collapse mechanism or to the activation of the SF, as illustrated in (b) to (e). The three shades of grey in domain 2 correspond to the three frontal locations of the first collapse mechanism presented in (c). Results obtained for  $L_{AC} = 75$  km and point D 11 km-landward from point S.



Figure 2.4a, the more frontal is the collapse mechanism. It must be noted that for this domain, contrarily to domain 1, we obtain only three discrete collapse mechanisms and not a continuous variation of the mechanism geometry and position. Domain 3 corresponds to the activation of the SF. Note that the pressure ratios  $\lambda_E$  and  $\lambda_I$  do not affect the selection of the dips of the two shear planes of the SF which are constant in domain 3. Domain 4 of the stability map corresponds to central stability conditions : the first collapse mechanisms is dominant there if positioned either at point  $S$  or 4 km landward, approximately, depending on the pressure conditions.

The boundaries between the different domains of the stability maps are straight segments, approximately. The boundary between region 1 (rear) and 4 (central) is vertical, signalling its independence from the choice of the external pressure ratio ( $\lambda_E$ ). This is explained by the fact that none of the collapse mechanisms for domains 1 and 4 activate the external part of the décollement. The boundaries between domains 4 and 3 and domains 3 and 2 are horizontal : the transition from the central stability conditions, the SF activation and the front stability conditions are dependent on  $\lambda_E$  but not of  $\lambda_I$ .

Having presented the structure of a stability map, we now study its sensitivity to the length  $L_{CD}$  (aseismic section) and to the SF pressure ratio  $\lambda_{SF}$ . Figure 2.5 presents such analysis in nine maps for the shorter wedge ( $L_{AC} = 75$  km). The three columns correspond to different length  $L_{CD}$ . From left to right, the seismogenic zone ends 11 km landward, just at or 9 km seaward from the root of the SF, point  $S$ . The three rows in Figure 2.5 correspond to different pressure ratios in the SF, varying from close to lithostatic pressure to close to hydrostatic pressure from top to bottom. The generic map of Figure 2.4a is in the second row, first column. Starting from this map as a reference and keeping with the same SF pressure ratio, we observe that if the seismogenic zone ends at the SF root, the SF domain is enlarged and cover the domain previously occupied by the central stability conditions which are not existing for these conditions. If the seismogenic zone ends ahead of the SF root (third column,  $L_{CD} < L_{CS}$ ), the SF domain is less important because of the increased dominance of the frontal collapse mechanism. Considering now the smaller value of  $\lambda_{SF} = 0.5$  (third row of stability maps), we observe that if the position of the seismogenic upper end is either backward (first column,  $L_{CD} > L_{CS}$ ) or at the SF root ( $D = S$ ), the central mechanism is encountered for low  $\lambda_E$  and high  $\lambda_I$ , and the activation of the SF is simply impossible. The orientation of the SF is such that an overpressure is necessary for its activation. The central domain does not dominate for any pressure conditions if point  $D$  is seaward of point  $S$  : the deformation takes place at the front or at the rear. The stability predictions are of course very different if the SF is over-pressured ( $\lambda_{SF} = 0.75$ , top row of the stability maps) : the SF is activated for  $\lambda_E < 0.75$  unless its root is within the seismogenic zone. In this case, as the boundary between domains 2 and 3 depends on both  $\lambda_E$  and  $\lambda_I$ , the deformation can occur at the front (domain 2) for  $\lambda_E < 0.75$  and sufficiently large values of  $\lambda_I$ .

The second set of results in Figure 2.6 consists also of stability maps obtained by setting the length of the décollement to 90 km and corresponding to an increase of the internal section length  $L_{AD}$  by 15 km compared to the length selected for the results in Figure 2.5.

The main difference between the results in Figure in 2.5 and 2.6 is that the rear domain plays a more important role for the longer internal section. This dominance reduces the

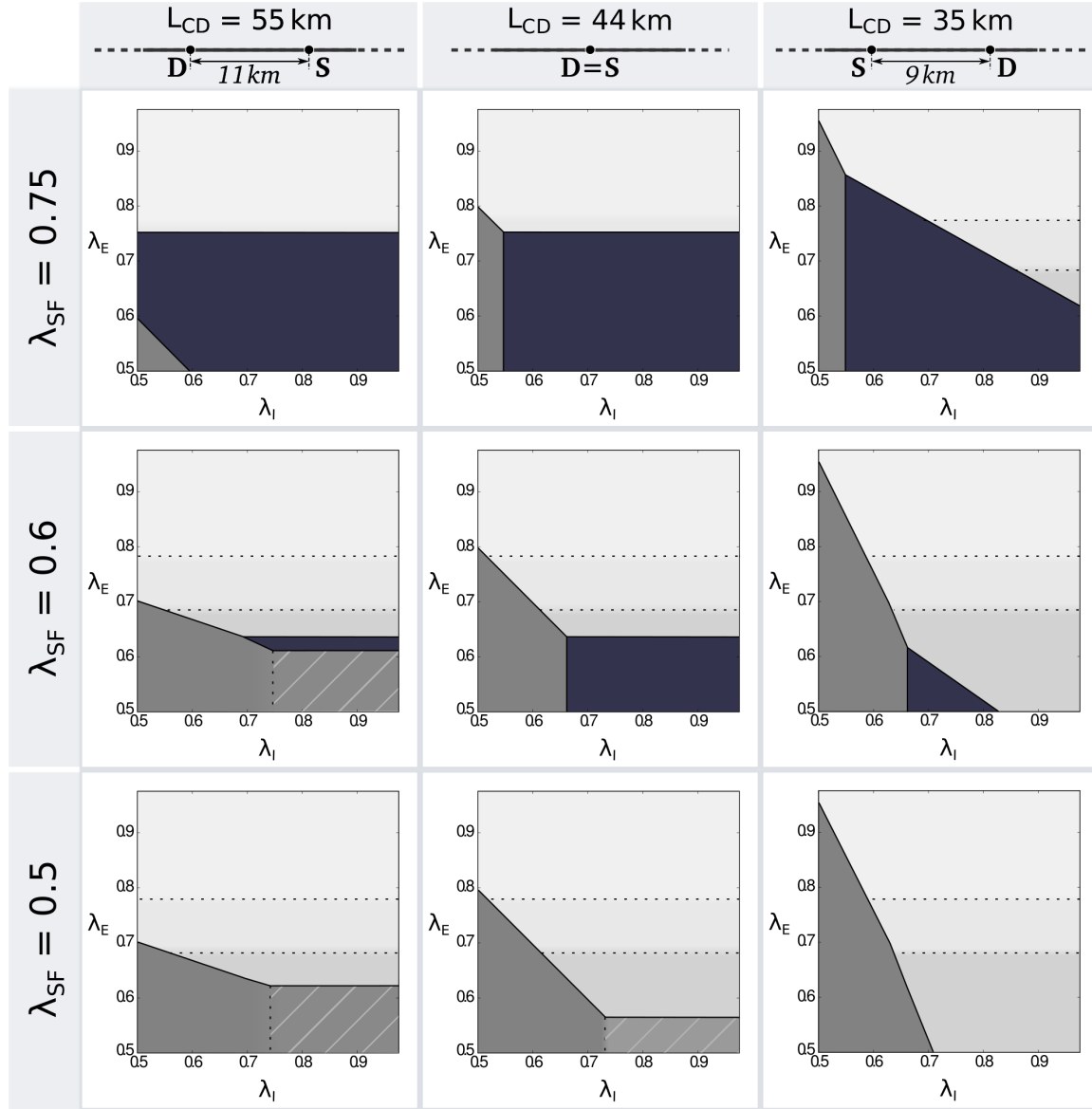


FIGURE 2.5 – Nine stability maps for three values of the pressure ratio in the splay fault and for three positions of the upper end of the seismogenic zone. The total décollement length is  $L_{AC} = 75$  km. The four domains of the stability maps are defined in Figure 2.4.

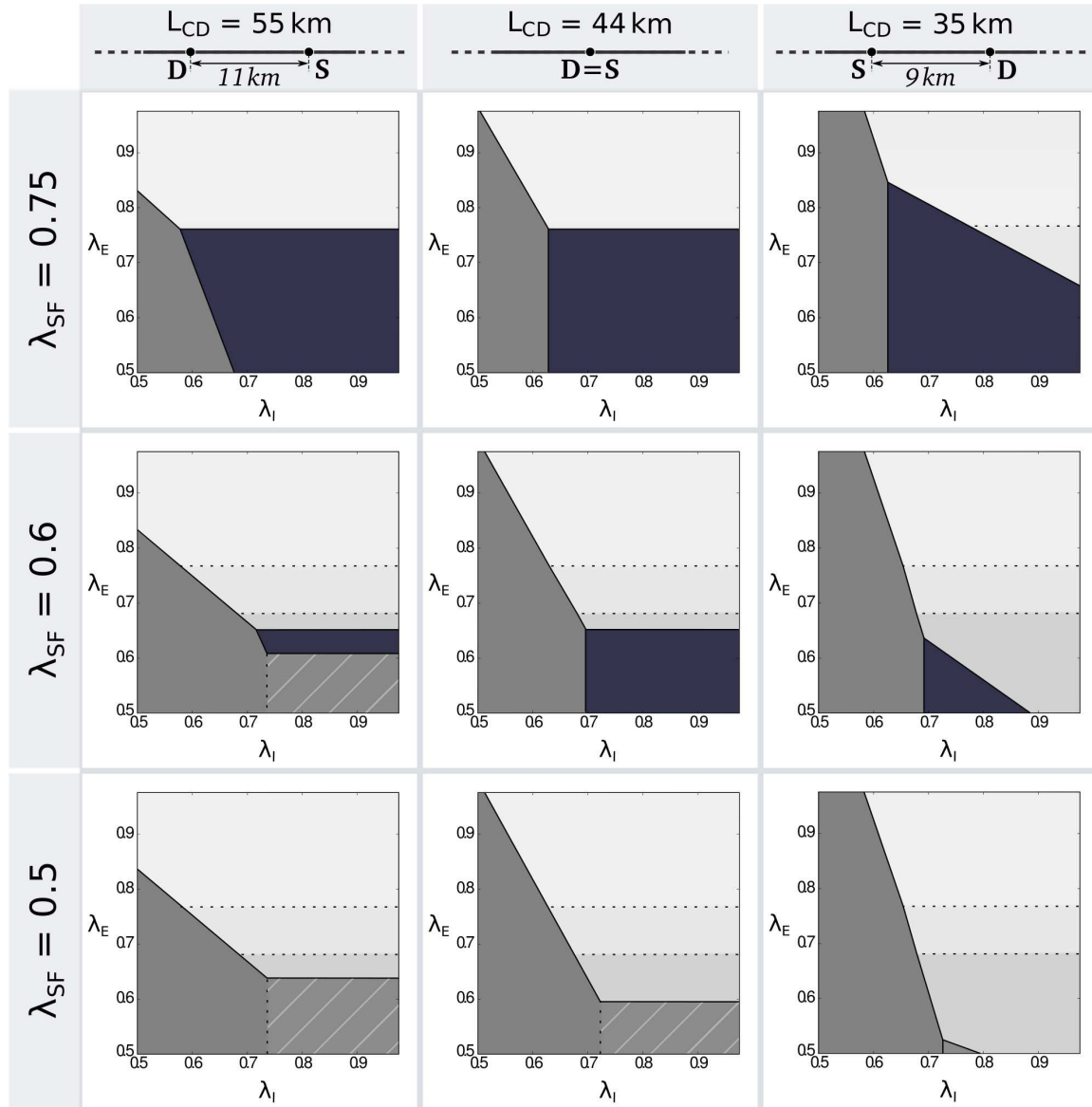


FIGURE 2.6 – Nine maps of dominant collapse mechanisms for the décollement length  $L_{AC} = 90$  km. The four domains of the stability maps are defined in Figure 2.4.

domain of activation of the SF for large pressure ratio ( $\lambda_{SF} = 0.75$ ) but less significantly for the intermediate value ( $\lambda_{SF} = 0.60$ ). The domain of central stability conditions is also slightly increased in size for the larger  $L_{AD}$  ( $\lambda_{SF} = 0.50$ ).

Specific pressure ratios determine the dominant region where the deformation should take place except for a single point of the stability map for which the deformation could occur anywhere. This point, if it exists, is at the intersection of the three regions for which deformation occurs at the front (domain 2), at the rear (domain 1) and at the centre (domains 3 or 4) and is referred to for this reason as the triple point. Note that there are cases where the triple point does not exist : upper left and lower right maps in Figure 2.5. The pressure conditions at the triple point generalizes the critical stability conditions of [Dahlen \(1984\)](#) and are presented in Figure 2.7 based on the results found in Figure 2.6. The position of this point is sensitive to the SF pressure ratio and also to the length  $L_{CD}$ . Increase in the SF pressure ratio leads to a migration of the triple point towards the left upper corner of the map and corresponds to an increase in the dominance of the central region in this stability map. A decrease of the length  $L_{CD}$  has two possible consequences : if the triple point is in the region  $\lambda_E < \lambda_I$  then it migrates

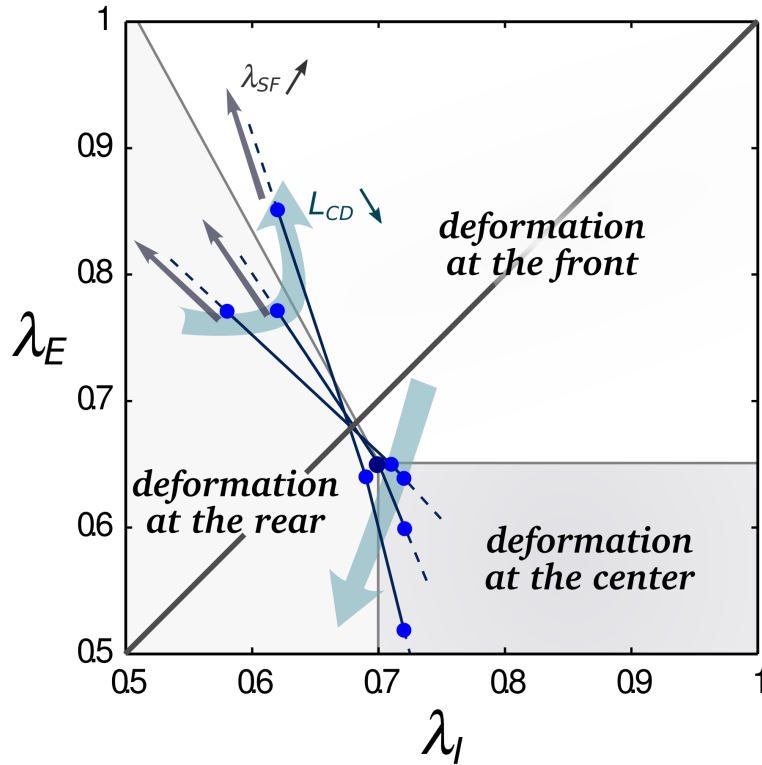


FIGURE 2.7 – The triple point defines the critical pressure conditions for which the deformation could occur either to the rear, at the front or in the central region of the wedge. Its sensitivity to the length  $L_{CD}$  and pressure ratio  $\lambda_{SF}$  is explored, based on the data collected from Figure 2.6.

towards the lower left corner of the map. If the triple point is in the region  $\lambda_E > \lambda_I$ , it rotates anti-clockwise around the upper left corner with decreasing  $L_{CD}$ .

## 2.4 Concluding discussion

Stability maps spanned by the two pressure ratios within the décollement have been proposed. They define the pressure conditions for the deformation to occur at the rear, in the central and in the frontal region of the wedge. Within the central region, the deformation is either by activation of the SF or by a new thrust. The SF needs to be overpressured to be active because its actual orientation is not optimum in compression, despite our assumption that its friction angle is smaller than the bulk friction angle. Most often, there is a triple point in these maps which define the pressure conditions for the deformation to occur anywhere within the wedge. The pressure conditions at the triple point generalize the critical conditions of Dahlen for heterogeneous décollements and wedges of arbitrary geometry.

The parametric study developed in this paper may give some clues on the stability condition of the Kumano splay fault system as well as processes responsible for stability changes. As reminded in the first section, the recent Nantroseize drilling results have shown that the SF activity changes through time. According to [Strasser et al. \(2009\)](#) and based on age models of the underthrust sequences, the SF, initiated as an out-of-sequence thrust sometimes around 2 My, had a rapid motion decreasing since 1.8 and 1.54 My and finally became episodic since 1.24 My. Comparing the 3D seismics with the Nantroseize expedition 315 drilling results ([Ashi et al., 2012](#)), [Gulick et al. \(2010\)](#) have shown from the sediment record in the Kumano basin that most of the back-tilting of the sequences due to the SF related uplift ceased some 1 My ago, suggesting that the SF activity strongly decreased since that time.

Direct measurement of pore pressure ratios are very scarce and mostly located in the frontal parts where the décollement can be drilled at depth less or equal to 1 km bsf. There is however a consensus to consider that the pore pressure ratio is larger in the seismogenic part of the décollement than in the seaward aseismic part (e.g. Saffer and Tobin, 2011). Consequently, only the lower triangle of the stability maps where  $\lambda_E < \lambda_I$  should be considered in Figures 4 to 6 for the present discussion.

Three scenarios could be considered to explain the deactivation of the SF system. The first solution is rather straight forward and corresponds to an increase of  $\lambda_E$  which can be especially efficient if the system was close to the critical stability line between the frontal domain and the SF domain of the stability maps. For examples, all the maps in Figure 2.6 point to this conclusion in the region  $\lambda_E < \lambda_I$ . Such increase could be due to compaction of the sediments in the frontal region of the décollement. A second, simple scenario, keeping  $\lambda_E$  and  $\lambda_I$  constant, corresponds to the decrease of the pressure ratio within the SF. We have seen from the discussion on the triple point in Figure 2.7 that such decrease means less dominance of the SF in the stability maps. This decrease could also be beneficial to the central collapse mechanism which could become dominant especially if the SF is rooting in the seismogenic region or at its upper boundary. The third scenario corresponds to a more subtle deactivation process and is related to the seaward migration

of the transition point (point D) between the overpressured internal décollement ( $\lambda_I$ ) and the external part of the décollement ( $\lambda_E$ ), meaning a decrease of length  $L_{CD}$  in Figures 5 and 6. Such a decrease changes the slope of the critical stability line in the stability maps and results in a transition from SF activation to frontal activation, with constant  $\lambda_E$  and  $\lambda_I$ . The geological processes which could account for such a change are certainly to be debated. One view is that the geological history of the splay fault includes a rapid motion during its early times which, by relief build-up, dramatically increases the pore pressure in the subducting section between its root (point S) and the projected tip of the splay fault (new location of the point D, 5 to 9 km seaward of point S).

These stability predictions could be improved in several manners. First, the décollement is considered to be straight and outcropping to the surface as if no accretion could take place. A proto-décollement is most likely activated in the front and the décollement dip appears to vary close to the central region. Such amendment of our prototype could be studied with the same method either semi-analytically as here or by using the numerical scheme proposed by *Souloumiac et al. (2010)*. A second source of concern is the proximity of the Kumano transect from the triple point of subduction, Figure 2.1. Three dimensional effects on the stress state has been evidenced by *Chang et al. (2010)* and points to the necessity to consider a 3D geometry. Finally, the present predictions are based on the instantaneous geometry and do not account for the history of the deformation. The history of the thrusting through the SF system resulting in its deactivation would require to follow the evolution of the geometry and of the fluid pressure. Also, the possible cycle of non-accretion and accretion which could explain part of the SF rotation to its present position would require to capture the frontal sequence of thrusting. Such evolution in time could be captured by extending the work of *Mary et al. (2012)* which is also based on the kinematic approach of limit analysis and combines optimization with simple geometrical evolution rules.

---

## Electronic supplement

---

The purpose of this supplementary material is to explain the kinematic approach of limit analysis (e.g., *Salençon, 1974, 2002*), classically used in soil mechanics and civil engineering. A presentation of the method appropriate for structural geology is found in (*Maillot et Leroy, 2006*) and the extension to fluid saturated rock is provided by *Pons et Leroy (2012)*. Only the main steps of the application of this theory are presented here without any proof.

### 2.5 A summary of the method

The starting point of this approach is the mechanical equilibrium and the theorem of virtual powers which states the equality between the effective internal and effective external virtual powers, two quantities which are now defined. The effective external

virtual power,  $\mathcal{P}'_{\text{ext}}$ , is the power of all the external forces on the virtual velocity field. These forces are the body forces (only gravity in our case), the prescribed forces on the boundary (the tectonic force and the water pressure on the sea floor in our case), and the power due to the pore pressure. The effective internal virtual power,  $\mathcal{P}'_{\text{int}}$ , is the power dissipated by all gradients or discontinuities of the virtual velocity field on the effective stress tensor or vector. A virtual velocity field is a kinematically admissible (*KA*) velocity field and will be designated with a superposed hat,  $\hat{\underline{V}}$ . A *KA* velocity field is piecewise continuous and satisfies the boundary conditions. The core of the method is the possibility to estimate the maximum to the internal power ( $\mathcal{P}'_{\text{mr}}$ ) although the stress field remains unknown. This is possible because the effective stress<sup>1</sup> within the bulk material, or the effective stress vector acting on discontinuities, is always within a convex domain of the stress space, referred to as the strength domain. Its boundary is, in our case, the classical Coulomb failure criterion. For any *KA* velocity field, the estimated  $\mathcal{P}'_{\text{mr}}$  combined with the theorem of virtual powers leads to an upper bound,  $Q_u$  to the tectonic force,  $Q$ . The *KA* velocity field providing the least upper bound is said to be dominant. This velocity field defines the optimum collapse mechanism.

## 2.6 Collapse mechanism and virtual velocity field

The collapse mechanism could be seen as the instantaneous mode of deformation of our structure, the wedge under compression at the back-wall. We considered velocity fields which are piecewise constant over sub-domains of the wedge. Thus, the dissipation occurs only over the velocity jumps or discontinuities which separate the various sub-domains or are found on the boundary, such as the décollement.

The velocity jump,  $\hat{\underline{J}}$ , across an oriented velocity discontinuity,  $\Sigma_U$  (Figure 2.8a), is defined by the difference between the velocities of the two sides :  $\hat{\underline{V}}^+ - \hat{\underline{V}}^-$ . The geometrical construction of this relationship, illustrated in Figure 2.8b, is known as the hodogram and helps to find the dependence between orientation and amplitude of  $\hat{\underline{V}}^+$  and  $\hat{\underline{V}}^-$ .

An infinite number of velocity fields which are *KA* with respect to our boundary conditions exist. They all provide an upper bound to the tectonic force,  $Q$ , applied on the back-stop and it is proposed to select the field leading to the least upper bound to the force. *Cubas et al. (2008)* have showed in their electronic supplement that for dry frictional materials, the optimum velocity jump over a given discontinuity is oriented by  $\phi$  (the friction angle) from the discontinuity  $\Sigma_U$  as shown in Figure 2.8a. *Pons et Leroy (2012)* found that the optimum orientation is the same for fluid saturated media. Only *KA* velocity fields with optimally oriented velocity jumps are considered in what follows.

The collapse mechanism which is now discussed is generic in the sense that the two mechanisms defined in the main text can be derived from it. Thrusting occurs over a bilinear ramp composed of the segments  $GE$  and  $EE'$  dipping at  $\theta$  and  $\theta'$ , respectively

---

1. Stresses are negative in compression and the effective stress is the total stress plus the stress carried by the fluid phase  $p_f \underline{\underline{\delta}}$ , in which  $p_f$  is the fluid pressure and  $\underline{\underline{\delta}}$ , the second-order identity tensor.

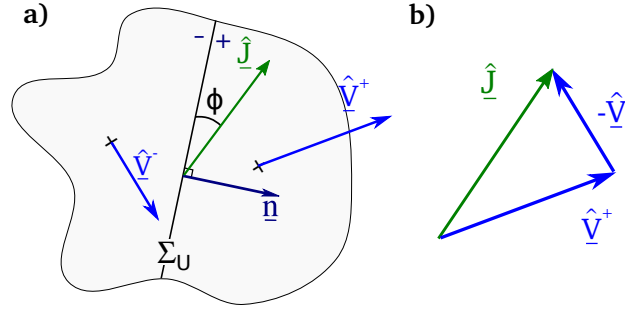


FIGURE 2.8 – (a) Illustration of a discontinuity,  $\Sigma_U$ , in the virtual velocity field oriented by the normal  $\underline{n}$  and (b) the hodogram linking the velocities of the two sides and the velocity jump  $\underline{\hat{J}} = \underline{\hat{V}}^+ - \underline{\hat{V}}^-$ .

and which are complemented by two shear planes, segments  $GF$  and  $EF'$ , dipping at  $\gamma$  and  $\gamma'$  (Figure 2.9a). The ramp root at point  $G$  on the décollement which is activated from the back-wall, point  $A$ , to point  $G$ . The distance between the root of the ramp and the back-wall is  $d$ , an unknown of the velocity field which will be optimized. Point  $G$  can be either landward (as seen in Figure 2.9) or seaward from the transition between the internal and the external sections of the décollement (point  $D$ ). The entire geometry of this collapse mechanism is thus described with five parameters :  $\gamma$ ,  $\gamma'$ ,  $\theta$ ,  $\theta'$  and  $d$ . If that mechanics is the Splay Fault, the angles  $\gamma$  and  $\gamma'$  would be known as well as the length  $d$  such that only two unknowns would remain, the dips of the shear planes  $GF$  and  $EF'$ . On an other hand, if that mechanism corresponds to the first mechanism presented in Figure 3a of the main text,  $\theta'$  would equal  $\theta$  and the shear plane  $E'F$  would not be considered such that only three unknowns would remain, the dips  $\theta$  and  $\gamma$  and the distance  $d$ .

The velocities of the back-stop, the lower and the upper hanging-wall are uniform and denoted  $\underline{\hat{V}}_{BS}$ ,  $\underline{\hat{V}}_{LHW}$  and  $\underline{\hat{V}}_{UHW}$ , respectively (see Figure 2.9b). They induce the jumps  $\underline{\hat{J}}_D$  over the décollement,  $\underline{\hat{J}}_{LR}$  over the lower part of the ramp ( $GE$ ) and  $\underline{\hat{J}}_{UR}$  over the upper part of the ramp ( $EE'$ ). As, the oceanic crust and the foot-wall have a zero velocity, these jumps are identical to the velocities  $\underline{\hat{V}}_{BS}$ ,  $\underline{\hat{V}}_{LHW}$  and  $\underline{\hat{V}}_{UHW}$ , respectively. They are oriented by the angles  $\phi_D$ ,  $\phi_{LR}$  and  $\phi_{UR}$  from their respective discontinuities which are the friction angle of each discontinuity. There are two additional velocity discontinuities corresponding to the lower and the upper shear planes :  $\underline{\hat{J}}_{LSP} = \underline{\hat{V}}_{LHW} - \underline{\hat{V}}_{BS}$  and  $\underline{\hat{J}}_{USP} = \underline{\hat{V}}_{UHW} - \underline{\hat{V}}_{LHW}$ . These two jumps are oriented by the angle  $\phi_B$  which is the bulk friction angle from the two shear planes (see Figure 2.9b).

The velocities and the velocity jumps are geometrically linked. This is illustrated in two hodograms in Figure 2.10 and the application of the law of sines on these hodograms provides :

$$\frac{\underline{\hat{J}}_{LSP}}{\sin(\theta + \phi_{LR} - \beta - \phi_D)} = \frac{\underline{\hat{V}}_{BS}}{\sin(\gamma + \phi_B + \theta + \phi_{LR})} = \frac{\underline{\hat{V}}_{LHW}}{\sin(\gamma + \phi_B + \beta + \phi_D)}, \quad (2.1)$$



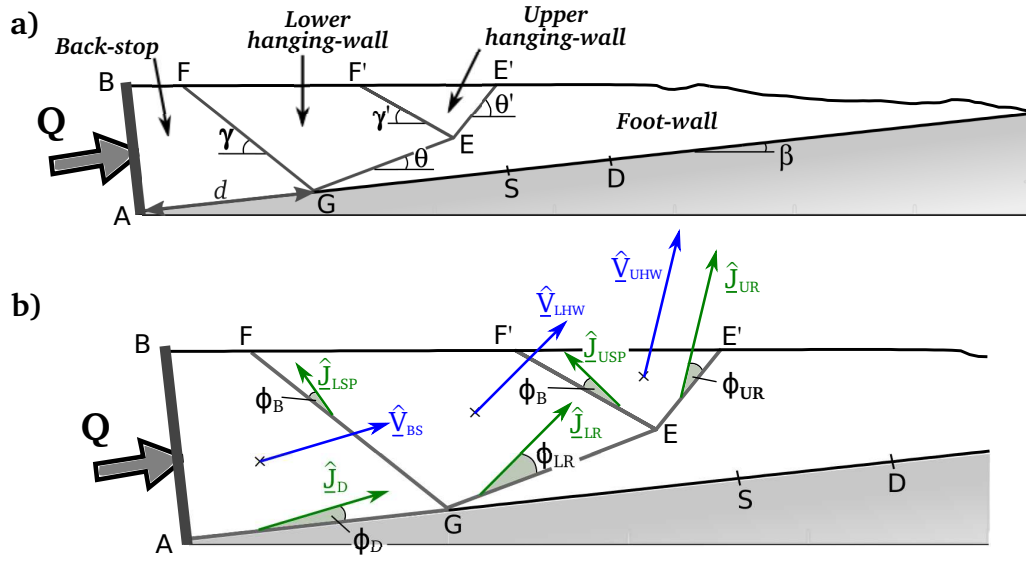


FIGURE 2.9 – (a) Geometry of the collapse mechanism and (b) velocity field considered.

and

$$\frac{\hat{J}_{USP}}{\sin(\theta' + \phi_{UR} - \theta - \phi_{LR})} = \frac{\hat{V}_{LHW}}{\sin(\gamma' + \phi_B + \theta' + \phi_{UR})} = \frac{\hat{V}_{UHW}}{\sin(\theta + \phi_{LR} + \gamma' + \phi_B)}. \quad (2.2)$$

These two sets of equations determine the magnitude of all the velocity vectors in terms of the collapse mechanism geometry, of the different friction angles and of the norm of the velocity of the back-stop velocity  $\hat{V}_{BS}$  which is set to one by normalization.

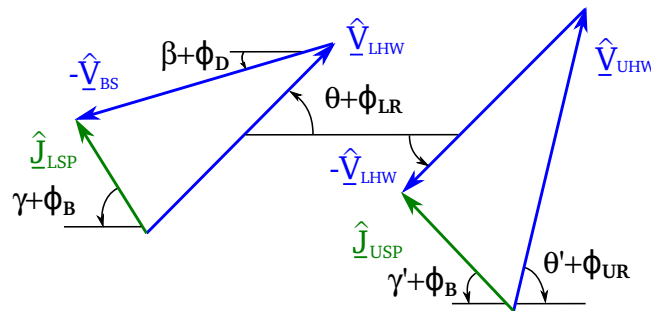


FIGURE 2.10 – Hodograms for the velocity jumps across the lower and the upper shear plane.

The geometry should also be consistent with positive interior angles for the two hodograms in Figure 2.10 and should ensure that the velocities of the back-stop, the lower

and the upper hanging-walls are pointing towards the wedge toe. All these constraints are summarized by

$$\begin{aligned} \theta + \gamma < \pi - \phi_{LR} - \phi_B, & \quad \theta - \beta > \phi_D - \phi_{LR}, & \quad \beta + \gamma < \pi - \phi_D - \phi_B, & \quad (2.3) \\ \theta' + \gamma' < \pi - \phi_{UR} - \phi_B, & \quad \theta' - \theta > \phi_{LR} - \phi_{UR}, & \quad \theta + \gamma' < \pi - \phi_{LR} - \phi_B. \end{aligned}$$

## 2.7 Determination of the upper bound for a given $KA$ velocity field

The effective, external power corresponds to the power of the gravity, of the prescribed forces on the boundary (the tectonic acting at the back of the wedge and the water pressure on the surface) and of the force due to the pore pressure in the bulk and within the discontinuities :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}'_{\text{ext}}(\hat{V}) &= Q \cos(\phi_D) - \int_{BF} p(\underline{x}) \underline{n} \cdot \hat{V}_{BS} dS \\ &\quad - \int_{FE} p(\underline{x}) \underline{n} \cdot \hat{V}_{LHW} dS - \int_{FE'} p(\underline{x}) \underline{n} \cdot \hat{V}_{UHW} dS \quad \left. \vphantom{\int_{FE}} \right\} \text{Boundary forces (2.4)} \\ &\quad - \rho g \mathcal{S}_{BS} \sin(\phi_D + \beta) \hat{V}_{BS} \\ &\quad - \rho g \mathcal{S}_{LHW} \sin(\phi_{LR} + \theta) \hat{V}_{LHW} \\ &\quad - \rho g \mathcal{S}_{UHW} \sin(\phi_{UR} + \theta') \hat{V}_{UHW} \quad \left. \vphantom{\int_{FE}} \right\} \text{Gravity force} \\ &\quad + \sin(\phi_D) \hat{V}_{BS} \int_{GA} p_D(\underline{x}) dS \\ &\quad + \sin(\phi_B) \hat{J}_{LSP} \int_{GF} p(\underline{x}) dS \\ &\quad + \sin(\phi_{LR}) \hat{V}_{LHW} \int_{GE} p(\underline{x}) dS \\ &\quad + \sin(\phi_B) \hat{J}_{USP} \int_{EF'} p(\underline{x}) dS \\ &\quad + \sin(\phi_{UR}) \hat{V}_{UHW} \int_{EE'} p(\underline{x}) dS \quad \left. \vphantom{\int_{FE}} \right\} \text{Pore pressure effect} \end{aligned}$$

in which  $\underline{n}$  is the outer-pointing normal of the topography ;  $\mathcal{S}_{BS}$ ,  $\mathcal{S}_{LHW}$  and  $\mathcal{S}_{UHW}$  are the surfaces of the back-stop, the lower and upper hanging-wall and the back-stop. The different quadratures are not developed here and are calculated numerically. It should be noted that the expression of  $p_D(\underline{x})$  depends on the relative position of  $G$  with respect to  $D$ .

The maximum resisting power  $\mathcal{P}'_{\text{mr}}$  for a frictional cohesionless material is zero (*Salençon, 2002; Maillot et Leroy, 2006; Pons et Leroy, 2012*). Then, the application of the maximum strength theorem stipulates the following inequality :  $\mathcal{P}'_{\text{ext}} \leq \mathcal{P}'_{\text{mr}}$ , and provides directly from the equation (2.4) the expression of the upper bound to the tectonic force  $Q_u \cos(\phi_D)$ .

Finally, by varying the five scalars  $\gamma$ ,  $\gamma'$ ,  $\theta$ ,  $\theta'$  and  $d$ , we optimize the collapse mechanism and obtain the least upper bound  $Q_{lu}$ . This is also done numerically following the scheme adopted by *Pons et Leroy (2012)*.

## Détermination des conditions d'activation de la splay-fault du transect de Kumano (Nankai, Japon) : approche numérique

LE BUT DE CETTE DERNIÈRE SECTION est de comparer les résultats qui viennent d'être obtenus grâce à une approche semi-analytique avec ceux que donnent l'approche numérique présentée au chapitre 3 de la première partie (page 49).

### 2.8 Mise en place des prototypes

Les maillages utilisés sont construits grâce au même programme que celui présenté dans la première partie. Afin de construire un maillage, la topographie est approximée par une série de 6 segments. La Figure 2.11 montre le maillage généré par *Triangle* (2005) et utilisé par la suite. Dans la Figure, les axes horizontaux et verticaux sont parallèles au décollement et au butoir respectivement et en conséquence, la gravité est inclinée d'un angle  $\beta = 6,23^\circ$  par rapport à la verticale. Le décollement, le butoir et la *splay fault* sont composés d'éléments ayant une épaisseur extrêmement faible ( $\sim 10^{-5}$  km).

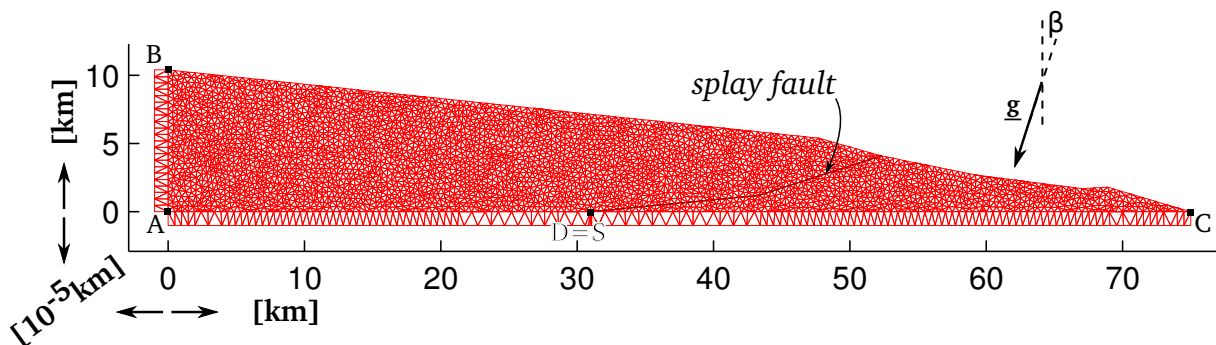


FIGURE 2.11 – **Maillage utilisé.** Il est constitué de 14988 nœuds et 7484 éléments. La gravité ( $\underline{g}$ ) fait un angle  $\beta = 6,23^\circ$  avec l'axe vertical. Tout comme le décollement et le butoir dont les échelles ont été exagérées ( $\times 10^5$ ), la *splay fault* est composée d'éléments d'épaisseur très faible.

Les propriétés assignées à chaque élément dépendent de la région à laquelle ils appartiennent. Cinq régions différentes sont définies :

- le **butoir** ayant pour angle de friction et coefficient de pression  $\phi_B$  et  $\lambda_B$  ;
- la ***splay fault*** ayant pour angle de friction et coefficient de pression  $\phi_{SF}$  et  $\lambda_{SF}$  ;
- la **partie interne du décollement** (de  $A$  à  $D$ ) ayant pour angle de friction et coefficient de pression  $\phi_D$  et  $\lambda_I$  ;

- la **partie externe du décollement** (de  $D$  à  $C$ ) ayant pour angle de friction et coefficient de pression  $\phi_D$  et  $\lambda_E$  ;
- le **corps du prisme** composé de tout les autres éléments qui ont pour angle de friction et coefficient de pression  $\phi_B$  et  $\lambda_B$  ;

Les propriétés choisies sont les mêmes que celles données dans le Tableau 2.1. La longueur totale du décollement est fixée à  $L_{AC} = 75$  km. Le point  $D$  peut être situé à 55, 44 ou 35 km du front du prisme (point  $B$ ) comme dans l'étude précédente.

## 2.9 Exemple : activation de la *splay fault*

Cette section a pour but d'illustrer le type de résultat que l'on peut obtenir avec cette approche. Nous allons supposer que la transition entre les deux régions du décollement coïncide avec la racine de la *splay fault* comme sur la Figure 2.11 ( $L_{CD} = 44$  km); que cette dernière présente une forte surpression ( $\lambda_{SF} = 0,75$ ); et que le champ de pression dans le décollement est caractérisé par  $\lambda_I = 0,75$  et  $\lambda_E = 0,6$ . Cet ensemble de conditions correspond au domaine de stabilité de la *splay fault* (carte de stabilité de la première ligne et seconde colonne de la Figure 2.5).

La Figure 2.12 représente le champ de vitesse virtuelle et la déformation cisailante

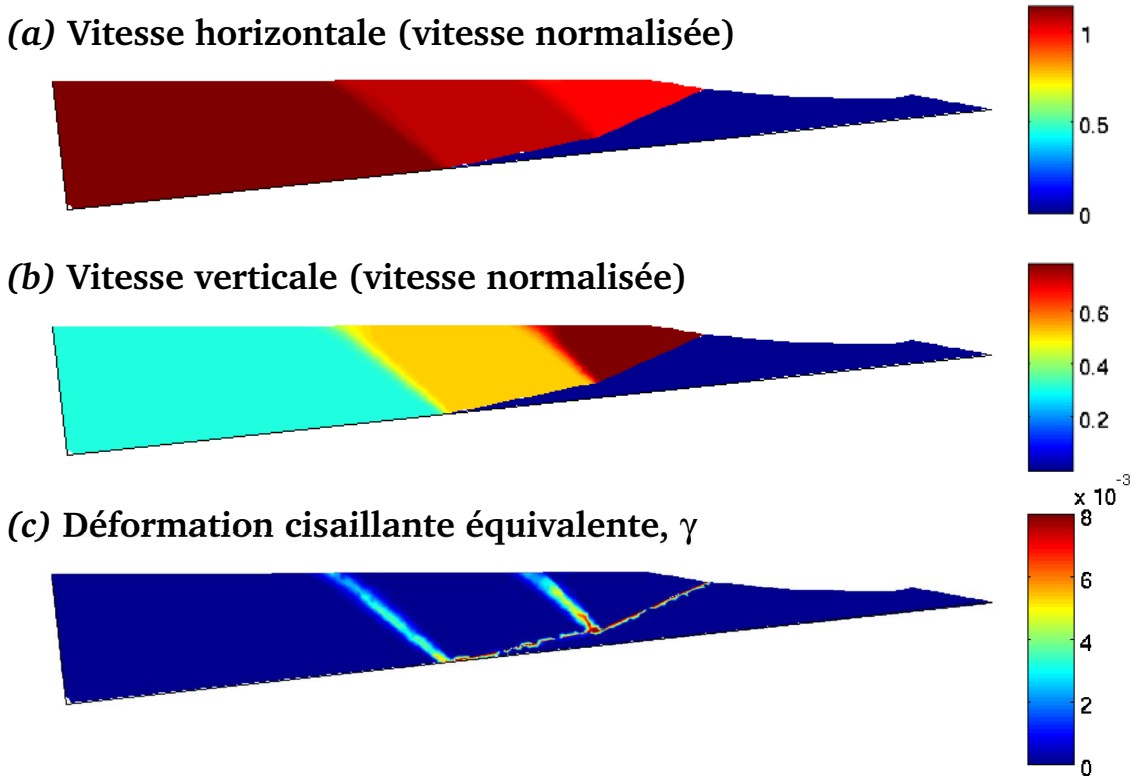


FIGURE 2.12 – (a) Vitesse horizontale, (b) vitesse verticale et (c) déformation virtuelle cisailante équivalente. Les vitesses sont les vitesses normalisées par la vitesse du butoir.

équivalente correspondant au mécanisme dominant obtenu dans ces conditions par la méthode numérique. On retrouve bien une accommodation du raccourcissement grâce à l'activation de la *splay fault* comme dans l'approche semi-analytique. Cette activation est associée à deux plans de cisaillement (rétro-chevauchements) qui partitionnent le *hanging-wall* en deux régions de vitesse à peu près homogène. Le mécanisme de ruine construit pour cette SF dans l'approche semi-analytique se voit ainsi complètement validé.

L'avantage de cette approche, comme cela a été montré au chapitre 3 de la première partie, est qu'elle permet d'obtenir un champ de contrainte dual. Ce champ de contrainte sans être *SA* est supposé être très proche du champ de contrainte réel. La Figure 2.13 représente le champ de contrainte dual obtenu. Tout d'abord, on voit qu'au premier ordre et loin des zones de cisaillement, la contrainte verticale peut être considérée comme lithostatique. par contre, proche de ces zones de cisaillement, la contrainte est très loin du cas lithostatique. Par ailleurs, on note que l'intensité des contraintes est plus forte (compression et cisaillement) au dessus des rétro-chevauchements ainsi qu'au niveau de la rupture de pente de la *splay fault*. Finalement, on observe au niveau de la surface, juste au dessus des deux rétro-chevauchements, des zones à peu près triangulaires pour lesquelles la contrainte horizontale est très proche de zéro. Ceci correspond à des zones

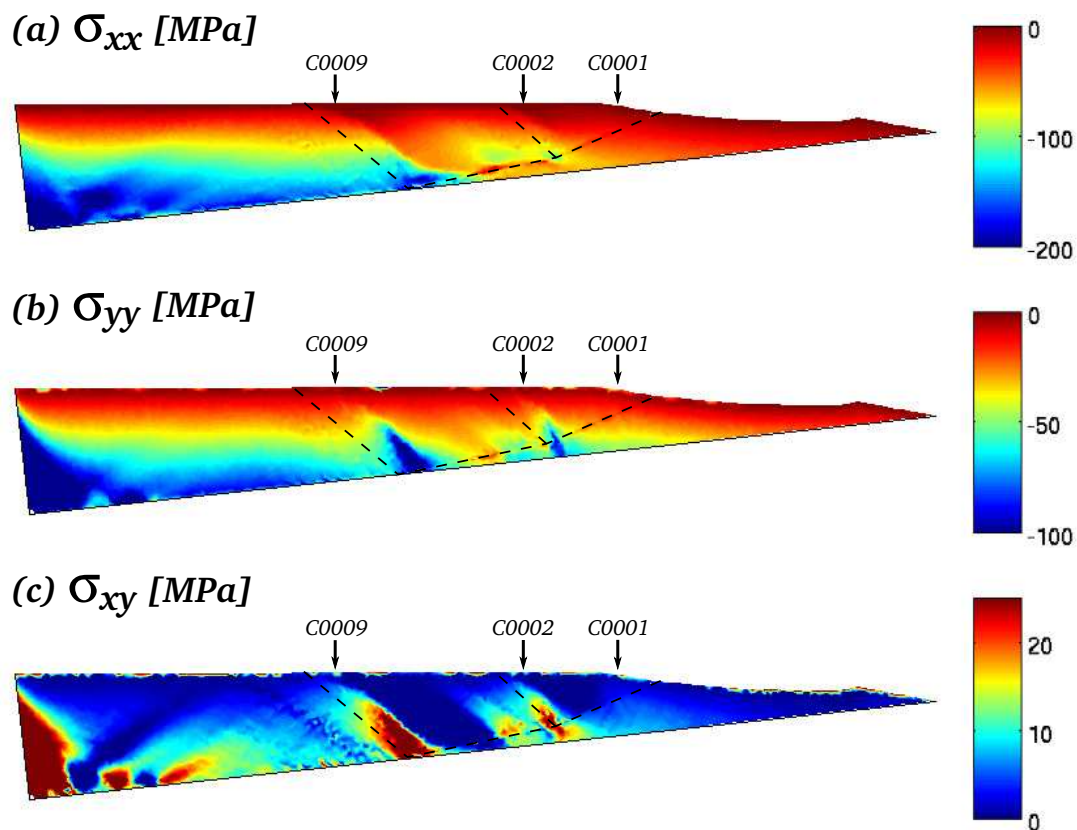


FIGURE 2.13 – Contraintes (a) horizontales, (b) verticales et (c) cisailantes. Ces contraintes sont les contraintes duales obtenues par l'optimisation. Sur ces trois Figures sont aussi représentés différents puits de forage du programme NANTROSEIZE : C0001, C0002 et C0009.

en régime extensif, d'autant plus pour la zone correspondant au rétro-chevauchement arrière pour laquelle la contrainte verticale est plus fortement compressive. Ces observations peuvent être comparées d'une part aux résultats numériques de *Souloumiac et al.* (2009) qui avaient aussi observé une zone similaire d'une rampe seule, mais aussi aux estimations du régime de contrainte faites par *Chang et al.* (2010) à partir des données de fracturation et d'ovalisation des puits induites par le forage dans le cadre de la campagne NANTROSEIZE (<http://www.iodp.org/NanTroSEIZE>). Les puits étudiés par ces auteurs sont représentés sur la Figure 2.13 par les flèches et leur nom : C0001, C0002 et C0009. Ils concluent que le puits C0002 et C0009 correspondent à un régime tectonique extensif plus ou moins récent, confirmant les observations de *Moore et al.* (2009) et *Lin et al.* (2010). Finalement, sachant que la *splay fault* que nous avons considérée a été active par le passé, nos résultats sont en accord avec ces différentes observations.

## 2.10 Comparaison entre l'approche analytique et l'approche numérique

Nous venons de voir que le champ de contrainte obtenu lorsque la *splay fault* est active semble en accord avec les observations de terrain. Nous pouvons nous interroger maintenant sur la validité de l'étude paramétrique réalisée précédemment avec l'approche semi-analytique. Pour cela, nous allons comparer les résultats obtenus par les deux méthodes pour plusieurs conditions de pression. Afin d'effectuer cette comparaison, nous nous sommes concentrés sur le cas où la transition entre les deux régions du décollement et la racine de la *splay fault* coïncident (seconde colonne sur la Figure 2.5). Pour des raisons de temps de calcul, nous nous limiterons à quelques cas pour lesquels  $\lambda_{SF} = 0,5$  ou  $0,6$ .

La Figure 2.14 compare les résultats obtenus avec les deux approches en superposant les mécanismes obtenus par l'approche numérique sur les cartes de la Figure 2.5 (seconde et troisième ligne de la seconde colonne). Chaque mécanisme est représenté par un symbole dont la signification est aussi indiquée sur cette même Figure. Tout d'abord, en terme de stabilité globale, on trouve un bon accord avec les résultats de l'étude précédente excepté pour la transition entre une déformation dans la région centrale (par activation de la *splay fault* ou d'une nouvelle rampe) et une déformation à l'avant du prisme. La déformation à l'avant semble plus favorable. Cet écart mériterait une étude plus détaillée mais une explication possible pourrait venir du fait que la topographie utilisée dans l'approche numérique est très simplifiée (6 segments) par rapport à celle utilisée dans l'approche semi-analytique. D'ailleurs ceci peut aussi expliquer le fait que l'on ne retrouve pas tous les mécanismes observés avec l'approche semi-analytique et correspondants à une déformation à l'avant du prisme. En effet, le seul mécanisme obtenu met en jeu l'activation de l'intégralité du décollement et fait intervenir une déformation diffuse et très légère (voir les échelles de vitesse) au niveau de la zone de transition. Quant aux autres mécanismes, ils sont tout à fait similaires à ceux obtenus par l'approche semi-analytique.

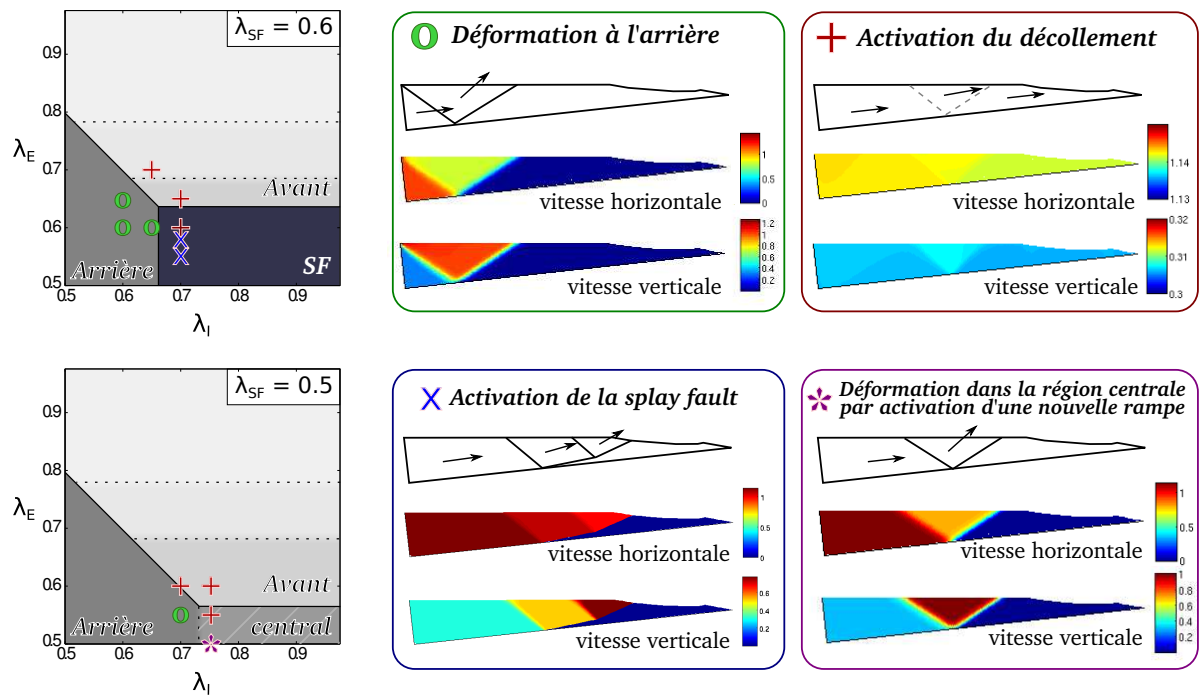


FIGURE 2.14 – Mécanismes obtenus avec l'approche numérique, pour différentes conditions de pression reportés sur les cartes correspondantes de la Figure 2.5. Pour chacune des zones de ces cartes les mots *Avant*, *Arrière*, *Central* ou *SF* indiquent la localisation de la déformation. Chaque mécanisme obtenu par la méthode numérique est représenté par un symbole et la correspondance entre le mécanisme et le symbole est donnée sur la partie droite de la Figure. Pour illustrer ces mécanismes un exemple de champ de vitesse est donné.

## 2.11 Conclusion

**Cette section**, grâce à la comparaison des deux approches, permet de valider l'ensemble des résultats obtenus dans ce chapitre. Par ailleurs, elle met en évidence l'intérêt de l'approche numérique par rapport à l'approche semi-analytique : en effet celle-ci donne accès à un **champ de contrainte** qui semble être en accord avec les données de terrain.

---

## **Conclusion générale**





---

LE SUJET DE CETTE THÈSE est la stabilité des structures géologiques composées de roches saturées. La nouveauté repose sur la proposition d'appliquer une approche connue par les mécaniciens des sols, l'approche cinématique du calcul à la rupture, à des prismes de géométrie quelconque pouvant présenter des surpressions de fluide, un décollement hétérogène, ainsi qu'un héritage structural sous forme de grandes failles. Une approche théorique générale, qui étend les travaux de [Dahlen \(1984\)](#) est tout d'abord proposée. Les premiers résultats semi-analytiques sont validés en partie par un travail expérimental et par une approche numérique. Les exemples des prismes de Nankai et des Barbades constituent deux applications de cette approche.

LA THÉORIE UTILISÉE DANS CE TRAVAIL est le calcul à la rupture (Chapitre 1 de la première partie). Issu de l'ingénierie civile, il permet de borner la charge extrême que peut supporter une structure. La recherche de ces bornes se fait grâce à deux approches. D'une part, la borne supérieure est calculée grâce à l'approche cinématique qui se base sur des champs de vitesses virtuelles. D'autre part, la borne inférieure est calculée grâce à l'approche statique qui se base sur des champs de contraintes statiquement admissibles. Grâce à cette théorie, il est possible de définir pour des conditions données le mécanisme de ruine d'une structure géologique de géométrie quelconque, c'est à dire l'ensemble des failles qui seront activées afin d'accommoder les efforts tectoniques. Les principaux avantages de cette théorie sont qu'il n'est pas nécessaire d'imposer au départ l'emplacement des failles et que peu de paramètres mécaniques sont fixés au préalable. Par exemple, dans le cas de matériau décrit par le critère de Coulomb, seuls la cohésion et l'angle de friction sur les discontinuités (failles) et dans le matériau suffisent pour paramétrer le problème d'un point de vue rhéologique. Ceci présente un intérêt majeur par rapport aux seules approches qui ont cherché à aller au-delà de la théorie du prisme critique et qui se basent sur la méthode des différences finies ou des éléments finis pour des rhéologies de type élasto-plastique. Par ailleurs, ces méthodes ont des difficultés majeures pour incorporer des discontinuités naissantes ou héritées, ce qui est facile avec le calcul à la rupture. De plus, bien qu'un développement numérique existe, l'utilisation de calculs semi-analytiques reste le plus souvent possible. Par contre, elle présente le désavantage, telle qu'elle est présentée dans ce travail, de ne pas permettre d'étudier l'évolution des structures. Ce point sera discuté dans ce qui suit.

Le principal apport de ce travail a été la mise en place d'une méthodologie afin de prendre en compte l'effet des pressions de pore dans l'approche cinématique. Ce développement a été réalisé d'une part pour la méthode semi-analytique présentée par [Cubas et al. \(2008\)](#) (Chapitre 2 de la première partie) et d'autre part pour la méthode numérique mettant en jeu une discrétisation des structures de type éléments finis présentée par [Souhoulmian et al. \(2010\)](#) (Chapitre 3 de la première partie). Les résultats obtenus avec cette nouvelle méthodologie ont été confrontés aux prédictions analytiques de la théorie du prisme critique dans le cas non cohésif ([Dahlen, 1984](#)). Tout d'abord, en utilisant l'approche semi-analytique et en ne considérant que des mécanismes de ruine très simples,

nous avons obtenu une transition entre un mode de rupture où la déformation se localise à l'arrière et un autre mode où elle se localise à l'avant, parfaitement identique aux conditions critiques prédites par la théorie. Cet accord est parfait quelle que soit la pression de fluide considérée. D'autre part, nous avons procédé au même exercice en utilisant la méthode numérique. Celle-ci permet de ne pas postuler de mécanisme de ruine au préalable mais aussi d'obtenir un champ de contraintes qui, bien que n'étant pas statiquement admissible, est proche du champ de contraintes réel. L'optimisation du champ de vitesses ainsi que du champ de contraintes dual se faisant de façon numérique avec un grand nombre de degrés de liberté, ceci permet d'explorer un très grand nombre de mécanismes. Cet exercice donne les mêmes mécanismes de ruine que ceux utilisés pour la méthode semi-analytique. Cette première étape a donc d'une certaine façon validé la méthodologie.

LE VOLET EXPÉRIMENTAL DE CETTE THÈSE, réalisé à l'université de Maine (Le Mans), consistait principalement en un travail de validation de la théorie du prisme critique avec prise en compte des surpressions de fluide (Chapitre 1 de la deuxième partie). Alors que cette théorie est très largement acceptée et utilisée, aucune validation expérimentale de ses prédictions en présence de surpressions de fluide n'a jamais été faite à notre connaissance. D'ailleurs, alors que cette théorie introduit la pression de pore comme un paramètre de premier ordre, on peut noter que les travaux appuyant les prédictions de la théorie du prisme critique, qu'ils soient expérimentaux (eg, [Davis et al., 1983](#); [Malavieille, 1984](#); [Mulugeta, 1988](#)) ou numériques (eg, [Stockmal et al., 2007](#); [Cubas et al., 2008](#)) se cantonnent au cas de prismes ne présentant pas de fluide interstitiel.

Grâce à un dispositif expérimental mettant en jeu de l'air comprimé et un protocole simple, des expériences de raccourcissement de prismes triangulaires constitués de sable dans des conditions très proches des hypothèses de la théorie du prisme critique ont pu être réalisées. Le dispositif expérimental utilisé a été développé par le laboratoire de Géosciences de l'université du Mans. Il est très similaire de celui développé par [Mourgues et Cobbold \(2006b\)](#) ou [Mourgues et al. \(2009\)](#). Par rapport à ces travaux, pendant cette thèse, un suivi de la déformation grâce à une technique de corrélation d'image (Particle Imaging Velocimetry) a été mis en place.

Le suivi de la déformation nous a permis de mettre en évidence trois modes de déformation qui dépendent fortement des deux paramètres suivant : le coefficient de pression dans le prisme  $\lambda$  et l'angle du prisme  $\alpha$ . Deux de ces modes de déformation sont typiques de prismes sous-critiques et super-critiques tandis que le troisième présente une déformation intermédiaire par rapport aux deux autres. La comparaison des modes de déformation observés avec les prédictions de la théorie du prisme critique montre un bon accord. Malgré cet accord, il faut noter que la transition entre les conditions sous-critiques et super-critiques n'est pas nette comme le prédit la théorie, mais continue.

Par ailleurs, le protocole mis en place peut être adapté pour étudier l'effet de déformations héritées sur la stabilité globale du prisme. Cependant, ce manuscrit ne présente que des travaux préliminaires d'une telle étude (Chapitre 2 de la deuxième partie).

L'APPROCHE MÉCANIQUE MISE EN PLACE A ÉTÉ UTILISÉE afin d'étudier l'impact des hétérogénéités des propriétés mécaniques du décollement sur la stabilité des prismes.

Tout d'abord, une étude paramétrique de la stabilité d'un prisme triangulaire présentant deux unités mécaniques distinctes dans le décollement a permis de montrer la complexité que peut engendrer une hétérogénéité même très simple sur sa stabilité mais aussi sur les mécanismes de ruine mis en jeu (Chapitre 1 de la troisième partie). Par exemple, un mécanisme faisant intervenir l'activation complète du décollement ainsi que celle d'une faille solitaire pouvant être très raide a été mis en évidence.

Ensuite, son application au prisme des Barbades et à celui de Nankai (Chapitres 1 et 2 de la troisième partie) a illustré à la fois la facilité de mise en œuvre et l'intérêt de la méthode développée. D'une part, cette méthode peut s'appliquer à des systèmes relativement complexes (topographie réelle, hétérogénéités,...) et d'autre part, grâce à sa légèreté numérique, elle permet de mettre en œuvre des analyses inverses en explorant l'effet d'un grand nombre de paramètres sur des intervalles de valeurs étendus. Ainsi, pour les deux exemples étudiés, je me suis attachée à déterminer les champs de pression de fluide pouvant conduire à l'activation des structures observées sur les profils sismiques disponibles dans la littérature. De plus, dans le cas du prisme de Nankai, l'exploration de l'effet de plusieurs paramètres pour de grands intervalles de valeurs a permis de proposer des scénarios pouvant expliquer l'évolution de l'activité de la *splay fault*. Ces trois scénarios consistent en une augmentation de la pression de fluide dans la région externe du décollement, une diminution de la pression de fluide dans la *splay fault* ou une migration de la zone de transition entre les deux régions du décollement vers la fosse. Il est aussi apparu comme nécessaire que la *splay fault* soit en surpression afin d'être activée en raison de son orientation peu favorable. Enfin, l'étude du cas du prisme de Nankai a été complétée en appliquant la méthode numérique afin d'estimer les champs de contraintes dans le prisme lorsque la *splay fault* est activée. Le champ de contraintes ainsi obtenu met en évidence deux zones en régime extensif dans le bassin d'arrière-arc.

LE TRAVAIL RÉALISÉ PENDANT CETTE THÈSE s'est attaché à comprendre l'effet des surpressions de fluide dans les prismes d'accrétion. Il constitue d'une part, du point de vue théorique, un pas important dans l'application du calcul à la rupture aux prismes d'accrétion et d'autre part, du point de vue expérimental, la dernière brique manquante dans la validation expérimentale de la théorie du prisme critique ([Dahlen, 1984](#)). Les résultats obtenus ouvrent de nombreuses perspectives quant à l'étude de la déformation actuelle de ces structures, mais la grande absente de tout ce travail est l'évolution temporelle. En effet, que ce soit du point de vue théorique ou expérimental, je ne me suis concentrée que sur la déformation à un instant donné pour des conditions données et non à l'évolution des structures considérées.

L'étude de l'évolution des prismes d'accrétion grâce au calcul à la rupture est l'objet des travaux de [Cubas et al. \(2008\)](#) et de [Mary et al. \(2012\)](#). Cependant leur travaux ne traitent que le cas de structures ne présentant pas de fluide interstitiel. La combinaison des deux méthodes permettrait par exemple d'étudier de manière plus systématique les scénarios proposés dans la troisième partie pour expliquer l'abandon de la *splay fault* pour accommoder la déformation dans le prisme de Nankai.



---

# Bibliographie

- ADAM, J., J. URAI, B. WIENEKE, O. ONCKEN, K. PFEIFFER, N. KUKOWSKI, J. LOHRMANN, S. HOTH, W. VANDERZEE ET J. SCHMATZ (2005), Shear localisation and strain distribution during tectonic faulting - new insights from granular-flow experiments and high-resolution optical image correlation techniques, *Journal of Structural Geology*, 27(2), 283–301, doi :10.1016/j.jsg.2004.08.008. [p. 61, 73, et 180]
- ASHI, J., K. IKEHARA, M. KINOSHITA ET KY04-11 ET KH-10-3 SHIPBOARD SCIENTISTS (2012), Settling of earthquake-induced turbidity on the accretionary prism slope of the central nankai subduction zone, dans *Submarine Mass Movements and Their Consequences, Advances in Natural and Technological Hazards Research*, vol. 31, édité par Y. Yamada, K. Kawamura, K. Ikehara, Y. Ogawa, R. Urgeles, D. Mosher, J. Chaytor, et M. Strasser, pp. 561–571, Springer Netherlands, 10.1007/978-94-007-2162-3\_50. [p. 116 et 126]
- BABA, T., P. R. CUMMINS, T. HORI ET Y. KANEDA (2006), High precision slip distribution of the 1944 tonankai earthquake inferred from tsunami waveforms : Possible slip on a splay fault, *Tectonophysics*, 426(1-2), 119–134. [p. 115 et 116]
- BANGS, N., G. WESTBROOK, J. LADD ET P. BUHL (1990), Seismic velocities from the Barbados Ridge complex : Indicators of high pore fluid pressures in an accretionary complex, *Journal of Geophysical Research*, 95(B6), 8767–8782. [p. 67 et 99]
- BAUD, P. ET E. KLEIN (2004), Compaction localization in porous sandstones : spatial evolution of damage and acoustic emission activity, *Journal of Structural Geology*, 26(4), 603–624. [p. 25 et 29]
- BIOT, M. (1941), General theorie of three dimensional consolidation, *Journal of Applied Physics*, 12, 155–164. [p. 34]
- BONNET, C., J. MALAVIEILLE ET J. MOSAR (2007), Interactions between tectonics, erosion, and sedimentation during the recent evolution of the Alpine orogen : Analogue modeling insights, *Tectonics*, 26(6), 1–15, doi :10.1029/2006TC002048. [p. 7 et 61]
- BUCKINGHAM, E. (1914), On physically similar systems ; illustrations of the use of dimensional equations, *Phys. Rev.*, 4, 345–376, doi :10.1103/PhysRev.4.345. [p. 172 et 173]
- BUCKINGHAM, E. (1915), The principle of similitude, *Nature*, 96, 396–397, doi :10.1038/096396d0. [p. 172]
- BUITER, S., A. BABEYKO, S. ELLIS, T. GERYA, B. KAUS, A. KELLNER, G. SCHREURS ET Y. YAMADA (2006), The numerical sandbox : comparison of model results for a shortening and an extension experiment, *Geological Society*, 253, 29–64, doi :10.1144/Gsl.SP.2006.253.01.02. [p. 7 et 9]

- BUITER, S. J. (2012), A review of brittle compressional wedge models, *Tectonophysics*, 530-531 (0040), 1–17, doi :10.1016/j.tecto.2011.12.018. [p. 9]
- BYERLEE, J. (1978), Friction of rocks, *Pure and applied Geophysics*, 116(4), 615–626. [p. 174]
- CADELL, H. (1890), Experimental researches in mountain building , *Transactions of the Royal Society*, 35, 337p. [p. 4 et 61]
- CALLAWAY, C. (1883), The age of newer gneissic rocks of the northern highland , *Quat. Journ. Geol. Soc.*, 39. [p. 4]
- CHANG, C., L. C. MCNEILL, J. C. MOORE, W. LIN, M. CONIN ET Y. YAMADA (2010), In situ stress state in the Nankai accretionary wedge estimated from borehole wall failures, *Geochem. Geophys. Geosyst*, 11 (B6), 8767–8782, doi :10.1029/2010GC003261. [p. 7, 127, et 135]
- CHAPPLE, W. (1978), Mechanics of thin-skinned fold-and-thrust belts, *Geological Society of America Bulletin*, 89(8), 1189. [p. 7]
- CHEN, W. (1975), *Limit analysis and soil plasticity*, 638 pp., Elsevier. [p. 3]
- COBBOLD, P. R. ET L. CASTRO (1999), Fluid pressure and effective stress in sandbox models, *Tectonophysics*, 301, 1–19. [p. 62]
- COBBOLD, P. R., S. DURAND ET R. MOURGUES (2001), Sandbox modelling of thrust wedges with fluid-assisted detachments, *Tectonophysics*, 334, 245–258. [p. 61, 62, 67, 68, 80, et 173]
- CORFDIR, A. (2004), Limit analysis for saturated porous media without fluid flow calculation, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28(6), 543–561, doi :10.1002/nag.355. [p. 3 et 31]
- COSTA, E. ET B. VENDEVILLE (2002), Experimental insights on the geometry and kinematics of fold-and-thrust belts above weak, viscous evaporitic décollement, *Journal of Structural Geology*, 24, 1729–1739. [p. 61]
- CUBAS, N., Y. M. LEROY ET B. MAILLOT (2008), Prediction of thrusting sequences in accretionary wedges, *Journal of Geophysical Research*, 113(B12), 1–21, doi :10.1029/2008JB005717. [p. 3, 9, 13, 14, 63, 67, 102, 117, 118, 128, 139, 140, et 141]
- CUBAS, N., J.-P. AVOUAC, Y. M. LEROY ET P. SOULOUMIAC (2011), Spatial variations of Megathrust frictional properties in the 2010 Maule Earthquake area, *In preparation*. [p. 104 et 106]
- DAHLEN, F. (1984), Noncohesive Critical Coulomb Wedges : An Exact Solution, *Journal of Geophysical Research*, 89(B12), 10,125–10,133, doi :10.1029/JB089iB12p10125. [p. 7, 8, 9, 31, 36, 55, 62, 63, 65, 66, 67, 68, 80, 81, 82, 85, 104, 105, 117, 118, 125, 139, et 141]

- DAHLEN, F. (1990), Critical taper model of fold-and-thrust belts and accretionary wedges, *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 18(1), 55–99, doi :10.1146/annurev.earth.18.1.55. [p. 5, 7, 8, 63, 66, 67, et 83]
- DAVIS, D., J. SUPPE ET F. A. DAHLEN (1983), Mechanics of Fold-and-Thrust Belts and Accretionary Wedges, *Journal of Geophysical Research*, 88(B2), 1153–1172, doi : 10.1029/JB088iB02p01153. [p. 7, 9, 61, 63, 66, 67, 68, et 140]
- DE BEAUMONT L. ELIE (1852), *Notice sur les Systèmes de Montagnes, tome III*, 1069–1543 pp., P. Bertrand, Paris. [p. 4]
- DEL CASTELLO, M. ET M. COOKE (2008), Underthrusting-accretion cycle : Work budget as revealed by the boundary element method, *Journal of Geophysical Research*, 112(B12), doi :10.1029/2007JB004997. [p. 104 et 106]
- DRUCKER, D. (1953), Limit analysis of two and three dimensional soil mechanics problems, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1(8). [p. 13]
- FORTIN, J., S. STANCHITS, G. DRESEN ET Y. GUÉGUEN (2006), Acoustic emission and velocities associated with the formation of compaction bands in sandstone, *J. Geophys. Res.*, 111, 1–16, doi :10.1029/2005JB003854. [p. 18]
- FORTIN, J., S. STANCHITS, G. DRESEN ET Y. GUEGUEN (2009), Acoustic Emissions Monitoring during Inelastic Deformation of Porous Sandstone : Comparison of Three Modes of Deformation, *Pure and Applied Geophysics*, 166(5-7), 823–841, doi :10.1007/s00024-009-0479-0. [p. 25 et 29]
- GOGUEL, J. (1943), *Introduction à l'étude mécanique des déformations de l'écorce terrestre*, 530 pp., Imprimerie nationale, Paris. [p. 4]
- GULICK, S. P., N. L. BANGS, G. F. MOORE, J. ASHI, K. M. MARTIN, D. S. SAWYER, H. J. TOBIN, S. KURAMOTO ET A. TAIRA (2010), Rapid forearc basin uplift and megasplay fault development from 3D seismic images of nankai margin off kii peninsula, japan, *Earth and Planetary Science Letters*, 300, 55–62, doi :10.1016/j.epsl.2010.09.034. [p. 116 et 126]
- GUTSCHER, M.-A., N. KUKOWSKI, J. MALAVIEILLE ET S (1996), Cyclical behavior of thrust wedges : Insights from high basal friction sandbox experiments, *Geology*, 24(2), 135, doi :10.1130/0091-7613(1996)024<0135:CBOTWI>2.3.CO;2. [p. 7 et 61]
- GUÉGUEN, Y. ET M. BOUTÉCA (2004), *Mechanics of fluid saturated rocks*, 450 pp., Academic Press. [p. 31]
- HALL, J. (1815), On the vertical position and convolution of certain strata, and their relation with granite , *Transactions of the Royal Society*, 7, 79–108. [p. 4 et 61]
- HUBBERT, M. K. (1937), Theorie of scale models as applied to the study of geologic structures, *Bulletin of the Geological Society of America*, 48(10), 1459–1519. [p. 61, 172, 173, et 174]



- HUBBERT, M. K. ET W. W. RUBEY (1959), Role of fluid pressure in mechanics of overthrust faulting I. Mechanics of fluid-filled porous solids and its application to overthrust faulting, *Bulletin of the Geological Society of America*, 70(2), 115–166. [p. 4, 5, 6, 31, 33, 67, et 118]
- HYNDMAN, R. D., K. WANG ET M. YAMANO (1995), Thermal constraints on the seismogenic portion of the southwestern Japan subduction thrust, *Journal of Geophysical Research*, 100(B8), 15,373, doi :10.1029/95JB00153. [p. 97]
- JAEGER, J. ET N. COOK (1988), *Fundamentals of rock mechanics, third edition*, 593 pp., Chapman and hall, London. [p. 33]
- KAMPFER, G. (2010), Folds and tensile fractures in stratified rocks, Thèse de Doctorat, Laboratoire de Géologie, École normale supérieure de Paris. [p. 22]
- KAMPFER, G. ET Y. LEROY (2009), Imperfection and burial-depth sensitivity of the initiation and development of kink folds in laminated rocks, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 57(8), 1314–1339, doi :10.1016/j.jmps.2009.04.006. [p. 23]
- KAMPFER, G. ET Y. M. LEROY (2012), The competition between folding and faulting in the upper crust based on the maximum strength theorem, *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 468(2141), 1280–1303, doi :10.1098/rspa.2011.0392. [p. 14]
- KELHE, R. (1970), Analysis of gravity sliding and orogenic translation, *Geological Society of America Bulletin*, 81, 1641–1664. [p. 4]
- KIMURA, G., Y. KITAMURA, Y. HASHIMOTO, A. YAMAGUCHI, T. SHIBATA, K. UJIE ET S. OKAMOTO (2007), Transition of accretionary wedge structures around the updip limit of the seismogenic subduction zone, *Earth and Planetary Science Letters*, 255(3-4), 471–484, doi :10.1016/j.epsl.2007.01.005. [p. 97, 104, et 117]
- KIMURA, G., G. F. MOORE, M. STRASSER, E. SCRETON, D. CUREWITZ, C. STREIFF ET H. TOBIN (2011), Spatial and temporal evolution of the megasplay fault in the nankai trough, *Geochim. Geophys. Geosyst.*, 12(255(3-4)), 471–484, doi :10.1029/2010GC003335. [p. 116]
- KOYI, H. (1995), Mode of internal deformation in sand wedges, *Journal of structural geology*, 17(2), 293–300, doi :10.1016/0191-8141(94)00050-A. [p. 68 et 76]
- KOYI, H. A. ET B. C. VENDEVILLE (2003), The effect of décollement dip on geometry and kinematics of model accretionary wedges, *Journal of Structural Geology*, 25, 1445–1450, doi :10.1016/S0191-8141(02)00202-X. [p. 76]
- KRABBENHØFT, K., A. V. LYAMIN, M. HJIAJ ET S. W. SLOAN (2005), A new discontinuous upper bound limit analysis formulation, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 63(7), 1069–1088, doi :10.1002/nme.1314. [p. 49 et 164]
- LALLEMAND, S., P. HUCHON, L. JOLIVET ET G. PROUTEAU (2005), *Convergence lithosphérique*, 182 pp., Vuibert. [p. 4]

- LE PICHON, X., P. HENRY ET S. LALLEMANT (1993), Accretion and erosion in subduction zones - the role of fluids, *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 21. [p. 5]
- LEHNER, F. K. (1986), Comments on "Noncohesive Critical Coulomb Wedges : An Exact Solution" by F. A. Dahlen, *Journal of Geophysical Research*, 91(B1), 793–796, doi : 10.1029/JB091iB01p00793. [p. 8 et 9]
- LIN, W., M.-L. DOAN, J. C. MOORE, L. MCNEILL, T. B. BYRNE, T. ITO, D. SAFFER, M. CONIN, M. KINOSHITA, Y. SANADA, K. T. MOE, E. ARAKI, H. TOBIN, D. BOUTT, Y. KANO, N. W. HAYMAN, P. FLEMINGS, G. J. HUFTILE, D. CUKUR, C. BURET, A. M. SCHLEICHER, N. EFIMENKO, K. KAWABATA, D. M. BUCHS, S. JIANG, K. KAMEO, K. HORIGUCHI, T. WIERSBERG, A. KOPF, K. KITADA, N. EGUCHI, S. TOCZKO, K. TAKAHASHI ET Y. KIDO (2010), Present-day principal horizontal stress orientations in the Kumano forearc basin of the southwest Japan subduction zone determined from IODP NanTroSEIZE drilling Site C0009, *Geophysical Research Letters*, 37(13), 1–6, doi :10.1029/2010GL043158. [p. 7 et 135]
- LOHRMANN, J. (2003), The impact of analogue material properties on the geometry, kinematics, and dynamics of convergent sand wedges, *Journal of Structural Geology*, 25(10), 1691–1711, doi :10.1016/S0191-8141(03)00005-1. [p. 7, 61, et 70]
- MAILLOT, B. ET Y. M. LEROY (2003), Optimal dip based on dissipation of back thrusts and hinges in fold-and-thrust belts, *Journal of Geophysical Research*, 108(B6), 1–17, doi :10.1029/2002JB002199. [p. 9]
- MAILLOT, B. ET Y. M. LEROY (2006), Kink-fold onset and development based on the maximum strength theorem, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 54(10), 2030–2059, doi :10.1016/j.jmps.2006.04.004. [p. 13, 22, 23, 117, 120, 127, et 131]
- MALAVIEILLE, J. (1984), Modélisation expérimentale des chevauchements imbriqués : application aux chaînes de montagnes., *Bulletin de la Société Géologique de France*, 26, 129–138. [p. 61, 63, 67, 69, et 140]
- MANDL, G. (1988), *Mechanics of tectonic faulting : models and basic concepts. Developments in structural geology*, 407 pp., Elsevier. [p. 33 et 34]
- MANDL, G. (1999), *Faulting in brittle rocks : an introduction to the mechanics of tectonic faults*, 434 pp., Springer. [p. 18 et 155]
- MARY, B. C., B. MAILLOT ET Y. M. LEROY (2012), Convergence analysis of wedge growth obtained with a discrete collapse mechanism and the kinematic approach of limit analysis, *soumis pour publication*. [p. 14, 127, et 141]
- MCTIGUE, D. ET C. MEI (1981), Gravity-induced stresses near topography of small slope, *J. Geophys. Res.*, 86(B10), 9268–9278, doi :10.1029/JB086iB10p09268. [p. 9]
- MICHALOWSKI, R. L. (2009), Critical Pool Level and Stability of Slopes in Granular Soils, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 135(3), 444, doi : 10.1061/(ASCE)1090-0241(2009)135:3(444). [p. 3]

- MIYAKAWA, A., Y. YAMADA ET T. MATSUOKA (2010), Effect of increased shear stress along a plate boundary fault on the formation of an out-of-sequence thrust and a break in surface slope within an accretionary wedge, based on numerical simulations, *Tectonophysics*, 484(1-4), 127–138, doi :10.1016/j.tecto.2009.08.037. [p. 9 et 104]
- MOORE, G., J.-O. PARK, N. BANGS, S. GULICK, H. TOBIN, Y. NAKAMURA, S. SATO, T. TSUJI, T. YORO, H. TANAKA, S. URAKI, Y. KIDO, Y. SANADA, S. KURAMOTO ET T. A. (2009), Structural and seismic stratigraphic framework of the NanTroSEIZE Stage 1 transect, *Proc. Ocean Drill. Program Sci. Results*, 314/315/316, doi :10.2204/iodp.proc.314315316.102.2009. [p. 116, 117, 118, 119, et 135]
- MOORE, G. F., N. L. BANGS, A. TAIRA, S. KURAMOTO, E. PANGBORN ET H. J. TOBIN (2007), Three-dimensional splay fault geometry and implications for tsunami generation., *Science (New York, N.Y.)*, 318(5853), 1128–31, doi :10.1126/science.1147195. [p. 7]
- MOORE, J. ET D. M. SAFFER (2001), Updip limit of the seismogenic zone beneath the accretionary prism of southwest Japan : An effect of diagenetic to low-grade metamorphic processes and increasing effective stress, *Geology*, 29, 183–186, doi : 10.1130/0091-7613(2001)029<0183. [p. 97]
- MOORE, J., A. KLAUS, N. L. BANGS, B. BEKINS, C. J. BÜCKER, W. BRÜCKMANN, S. N. ERICKSON, O. HANSEN, T. HORTON, P. IRELAND, C. O. MAJOR, G. F. MOORE, S. PEACOCK, S. SAITO, E. J. SCREATON, J. W. SHIMELD, P. H. STAUFFER, T. TAYMAZ, P. A. TEAS ET T. TOKUNAGA (1998), Consolidation patterns during initiation and evolution of a plate-boundary decollement zone : Northern Barbados accretionary prism, *Geology*, 26(9), 811, doi :10.1130/0091-7613(1998)026<0811:CPDIAE>2.3.CO;2. [p. 99]
- MOORE, J. C. ET H. TOBIN (1997), Estimated fluid pressures of the Barbados accretionary prism and adjacent sediments , *Proc. Ocean Drill. Program Sci. Results*, 156, 229–238. [p. 5 et 67]
- MOORE, J. C. ET P. VROLIJK (1992), Fluids in Accretionary Prisms, *Reviews of Geophysics*, 30(2), 113–135, doi :10.1029/92RG00201. [p. 5]
- MORGAN, J. ET D. KARIG (1995), Kinematics and a balanced and restored cross-section across the toe of the eastern Nankai accretionary prism, *Journal of Structural Geology*, 17, 31–45. [p. 4]
- MOSEK (), MOSEK optimization toolbox for MATLAB (Version 6.0), Mosek ApS, Denmark. [p. 49 et 52]
- MOURGUES, R. ET P. COBBOLD (2006a), Sandbox experiments on gravitational spreading and gliding in the presence of fluid overpressures, *Journal of Structural Geology*, 28(5), 887–901, doi :10.1016/j.jsg.2005.12.013. [p. 62, 68, et 173]

- MOURGUES, R. ET P. R. COBBOLD (2006b), Thrust wedges and fluid overpressures : Sandbox models involving pore fluids, *Journal of Geophysical Research*, 111 (B5), doi : 10.1029/2004JB003441. [p. 5, 8, 62, 67, 68, 69, 70, 80, 82, 140, 173, et 175]
- MOURGUES, R., E. LECOMTE, B. VENDEVILLE ET S. RAILLARD (2009), An experimental investigation of gravity-driven shale tectonics in progradational delta, *Tectonophysics*, 474(3-4), 643–656, doi :10.1016/j.tecto.2009.05.003. [p. 62, 68, 70, et 140]
- MULUGETA, G. (1988), Modelling the geometry of Coulomb thrust wedges, *Journal of Structural Geology*, 10(8), 847–859, doi :10.1016/0191-8141(88)90099-5. [p. 61, 63, 67, 69, et 140]
- MULUGETA, G. ET H. A. KOYI (1992), Episodic accretion and strain partitioning in a model sand wedge, *Tectonophysics*, 202(2-4), 319–333, doi :10.1016/0040-1951(92)90117-O. [p. 68]
- NEUZIL, C. (1995), Abnormal pressures as hydrodynamic phenomena, *American Journal of Science*. [p. 175]
- PANIAN ET WILTSCHKO (2004), Ramp initiation in a thrust wedge, *Nature*, (427), doi : 10.1029/2001JB001645. [p. 9]
- PANIAN, J. ET W. PILANT (1990), A Possible Explanation for Foreland Thrust Propagation , *J. Geophys. Res.*, 95(B6), 8607–8615, doi :10.1029/JB095iB06p08607. [p. 9]
- PARK, J., T. TSURU, S. KODAIRA, A. NAKANISHI ET S (2000), Out-of-sequence thrust faults developed in the coseismic slip zone of the 1946 Nankai Earthquake (Mw=8.2) off Shikoku, southwest Japan, *Geophysical Research letter*, 27(7), 1033–1036. [p. 7]
- PARK, J.-O., T. TSURU, S. KODAIRA, P. R. CUMMINS ET Y. KANEDA (2002), Splay fault branching along the Nankai subduction zone., *Science (New York, N.Y.)*, 297(5584), 1157–60, doi :10.1126/science.1074111. [p. 7, 85, et 116]
- PARKER, J. (2009), Development and implementation of a low cost image correlation system to obtain full-field in-plane displacement and strain data, Rapport de Master, Montana state university. [p. 65 et 179]
- PATANKAR, S. V. (1980), *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, 197 pp., Taylor & Francis. [p. 72, 176, et 178]
- PONS, A. ET Y. LEROY (2012), Stability of accretionary wedges based on the maximum strength theorem for fluid-saturated porous media, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 60(0), 643–664, doi :10.1016/j.jmps.2011.12.011. [p. 31, 67, 69, 118, 120, 127, 128, et 131]
- RAMBERG, H. (1967), The Principle of Similitude , *Model Experimentation of the Effect of Gravity on Tectonic Processes*, 14, 307–329, doi :10.1111/j.1365-246X.1967.tb06247.x. [p. 175]

- RAYLEIGH, J. (1915), The Principle of Similitude , *Nature*, 95, 66–68, doi :10.1038/095066c0. [p. 172]
- RUDNICKI, J. W. (2004), Shear and compaction band formation on an elliptic yield cap, *J. Geophys. Res.*, 109(B03402), doi :10.1029/2003JB002633. [p. 18]
- SAFFER, D. (2003), Pore pressure development and progressive dewatering in underthrust sediments at the Costa Rican subduction margin : Comparison with northern Barbados and Nankai, *Journal of Geophysical Research*, 108(B5), 1–16, doi : 10.1029/2002JB001787. [p. 5, 97, 99, 100, et 103]
- SAFFER, D. (2006), An evaluation of factors influencing pore pressure in accretionary complexes : Implications for taper angle and wedge mechanics, *Journal of geophysical research*, 111(December 2005), 1–21, doi :10.1029/2005JB003990. [p. 67]
- SAFFER, D. ET B. BEKINS (2002), Hydrologic controls on the morphology and mechanics of accretionary wedges, *Geology*, 30, doi :10.1130/0091-7613(2002)030<0271. [p. 66 et 67]
- SAFFER, D. M. ET H. J. TOBIN (2011), Hydrogeology and Mechanics of Subduction Zone Forearcs : Fluid Flow and Pore Pressure, *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 39(1), 157–186, doi :10.1146/annurev-earth-040610-133408. [p. 5, 7, et 117]
- SALENÇON, J. (1974), *Théorie de la plasticité pour les applications à la mécanique des sols*, Eyrolles, Paris. [p. 127]
- SALENÇON, J. (2002), *De l'élasto-plasticité au calcul à la rupture*, École Polytechnique, Palaiseau, and Ellipses, Paris. [p. 13, 15, 19, 21, 22, 117, 120, 127, et 131]
- SARPP (2012), Structural Analysis and Rock Physics Program, École Normale Supérieure, Paris. [p. 9, 49, et 52]
- SCHREURS, G., S. BUITER, D. BOUTELIER, G. CORTI, E. COSTA ET A. CRUDEN (2006), Analogue benchmarks of shortening and extension experiments, *Geological Society, London, Special Publications*, 253, 1–27, doi :doi:10.1144/GSL.SP2006.253.01.01. [p. 61 et 69]
- SCREATON, E., D. SAFFER, P. HENRY ET S. HUNZE (2002), Porosity loss within the underthrust sediments of the Nankai accretionary complex : Implications for overpressures, *Geology*, 30(1), 19, doi :10.1130/0091-7613(2002)030<0019:PLWTUS>2.0.CO;2. [p. 5 et 6]
- SHEWCHUK, J. R. (1996), Triangle : Engineering a 2D Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator, dans *Applied Computational Geometry : Towards Geometric Engineering, Lecture Notes in Computer Science*, vol. 1148, édité par M. C. Lin et D. Manocha, pp. 203–222, Springer-Verlag, from the First ACM Workshop on Applied Computational Geometry. [p. 53]

- SINGH, S. C., N. HANANTO, M. MUKTI, D. P. ROBINSON, S. DAS, A. CHAUHAN, H. CARTON, B. GRATACOS, S. MIDNET, Y. DJAJADIHARDJA ET H. HARJONO (2011), Aseismic zone and earthquake segmentation associated with a deep subducted seamount in Sumatra, *Nature Geoscience*, 4(5), 308–311, doi :10.1038/ngeo1119. [p. 7]
- SKARBEEK, R. M. ET D. M. SAFFER (2009), Pore pressure development beneath the décollement at the Nankai subduction zone : Implications for plate boundary fault strength and sediment dewatering, *Journal of Geophysical Research*, 114(B7), 1–20, doi :10.1029/2008JB006205. [p. 67]
- SKEMPTON, A. (1960), *Effective stress in soils, concrete and rocks, Pore pressure and suction in soils*, Butterworths, London. [p. 34]
- SMOLUKOWSKY, M. S. (1909), Some remarks on the mechanics of overthrusts, *Geological Magazine*, 6, 203–205. [p. 4]
- SOULOUMIAC, P., Y. M. LEROY, K. KRABBENHØFT ET B. MAILLOT (2009), Predicting stress in fault-bend fold by optimization, *J. Geophys. Res.*, 114, B09,404, doi :doi:10.1029/2008JB005986. [p. 13 et 135]
- SOULOUMIAC, P., K. KRABBENHØFT, Y. M. LEROY ET B. MAILLOT (2010), Failure in accretionary wedges with the maximum strength theorem : numerical algorithm and 2D validation, *Computational Geosciences*, 14(4), 793–811, doi :10.1007/s10596-010-9184-4. [p. 3, 9, 13, 14, 38, 47, 49, 51, 52, 55, 69, 104, 127, 139, 164, 166, et 167]
- STOCKMAL, G., C. BEAUMONT, M. NGUYEN ET B. LEE (2007), Mechanics of thin-skinned fold-and-thrust belts : Insights from numerical models, *Geological Society of America Special Papers*, 433(04), 63, doi :10.1130/2007.2433(04). [p. 7, 9, 63, 67, et 140]
- STRASSER, M., G. MOORE, GREGORY F. KIMURA, Y. KITAMURA, A. J. KOPF, S. LALLEMANT, J.-O. PARK, E. J. SCRETON, X. SU, M. B. UNDERWOOD ET X. ZHAO (2009), Origin and evolution of a splay fault in the Nankai accretionary wedge, *Nature Geoscience*, 9(2), 648–652, doi :org/10.1038/ngeo609. [p. 7, 116, et 126]
- STRAYER, L. ET P. HUDLESTON (2001), A numerical model of deformation and fluid-flow in an evolving thrust wedge, *Tectonophysics*, 335. [p. 9]
- SUPPE, J. (1983), Geometry and kinematics of fault-bend folding, *Am. J. Sci.*, 287, 684–721. [p. 7 et 14]
- TECTONOEROSION (2011), Tectonics and Erosion program for fold-and-thrust belts and accretionary wedges, University of Cergy-Pontoise and Ecole Normale Supérieure, Paris. [p. 102]
- TERZAGHI, K. (1923), Die Berechnung der Durchlässigkeitsziffer des Tones aus dem Verlauf der hydrodynamischen Spannungserscheinungen, *Akad. Wissensch. Wien., Math. Naturw. KL. Abt., IIa(132)*, 125–138. [p. 4, 31, et 33]

- TOBIN, H. J. ET D. M. SAFFER (2009), Elevated fluid pressure and extreme mechanical weakness of a plate boundary thrust, Nankai Trough subduction zone, *Geology*, 37(8), 679–682, doi :10.1130/G25752A.1. [p. 7]
- TRIANGLE (2005), A Two-Dimensional Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator., <http://www.cs.cmu.edu/~quake/triangle.html>. [p. 53 et 132]
- TSUJI, T., H. TOKUYAMA, P. COSTA PISANI ET G. MOORE (2008), Effective stress and pore pressure in the Nankai accretionary prism off the Muroto Peninsula, southwestern Japan, *Journal of Geophysical Research*, 113(B11), 1–19, doi :10.1029/2007JB005002. [p. 67]
- WANG, K. ET Y. HU (2006), Accretionary prisms in subduction earthquake cycles : The theory of dynamic Coulomb wedge, *Journal of Geophysical Research*, 111, 101,029/. [p. 7]
- WHITE, D., W. TAKE ET M. BOLTON (2003), Soil deformation measurement using particle image velocimetry (PIV) and photogrammetry, *Geotechnique*, 53(7), 619–632. [p. 73]
- YAMADA, Y., K. BABA ET T. MATSUOKA (2006), The numerical sandbox : comparison of model results for a shortening and an extension experiment, *Geological Society*, 253, 169–183, doi :10.1144/Gsl.SP.2006.253.01.09. [p. 9]
- YANG, W. (1993), Large deformation of structures by sequential limit analysis, *International Journal of Solids and Structures*, 30(7), 1001–1013, doi :10.1016/0020-7683(93)90023-Z. [p. 13]
- YIN, A. (1993), Mechanics of Wedge-Shaped Fault blocks 1. An Elastic Solution for Compressional Wedges, *J. Geophys. Res.*, 98(B8), 14,245–14,256, doi :10.1029/93JB00555. [p. 9]

---

## **Annexes**





# Représentation de Mohr des champs de contraintes

Cette représentation décrit le champ de contrainte en un point en fonction de l'ensemble des contraintes normales et tangentielles associées à toutes les orientations possibles de l'espace. Ces contraintes, normale et tangentielle, associées à la surface orientée par la normale  $\underline{n}$  sont notées  $\sigma_n(\underline{n})$  et  $\tau(\underline{n})$ , respectivement (Figure A.1b). En 2D et dans le plan  $\{\sigma_n, \tau\}$ , la contrainte en un point est représentée par un cercle, appelé cercle de Mohr, de centre  $\{p, 0\}$  et de rayon  $D$  (voir Figure A.1a) où  $p$  est le premier invariant des contraintes et  $D$  la contrainte déviatorique divisée par deux (pour plus de détail voir Mandl (1999)). Tout point de ce cercle représente la contrainte tangentielle,  $\tau$  et normale,  $\sigma_n$  sur la facette dont la normale  $\underline{n}$  fait un angle  $\beta$  avec la direction de la troisième contrainte principale si  $2\beta$  est l'angle orienté entre l'axe  $\sigma_n$  et le segment reliant le centre du cercle de Mohr et le point du cercle considéré (voir Figure A.1).

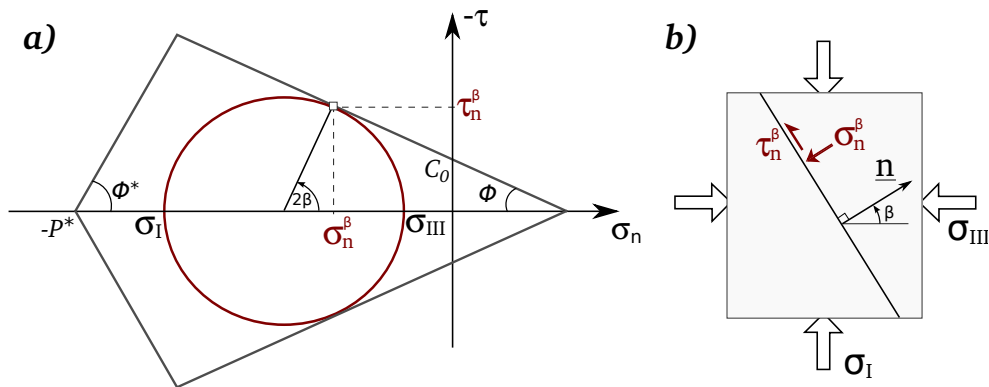


FIGURE A.1 – (a) Représentation des contraintes à la limite de la rupture grâce à un cercle de Mohr dans le plan  $\{\sigma_n, \tau\}$  et (b) orientation du plan de rupture correspondant par rapport aux orientations des contraintes principales.

Pour qu'un champ de contrainte appartienne au domaine de résistance, le cercle de Mohr doit être totalement inclus dans le domaine de résistance. À la limite de la rupture, le cercle de Mohr est tangent à l'enveloppe de rupture (cercle rouge sur la Figure A.1a). Dans ce cas, le plan de rupture correspond au point du cercle qui touche le critère de rupture. Dans l'exemple de la Figure A.1, il correspond au plan dont la normale  $\underline{n}$  fait un angle  $\beta$  avec la direction de la troisième contrainte principale (Figure A.1b).

# Minimisation de la borne supérieure pour l'exemple l'essai triaxial

## B.1 Minimisation par rapport à $\eta$

Plaçons nous à un  $\gamma$  donné dans l'intervalle  $]0, \frac{\pi}{2}[$  et demandons nous quelle est l'orientation de  $\hat{V}$  par rapport au plan de rupture menant à la plus petite valeur de  $q_u$ . La fonction  $\pi_{fc}(\eta)$  étant  $2\pi$ -périodique, on peut minimiser par rapport  $\eta$  dans n'importe quel intervalle de longueur  $2\pi$ . Nous allons nous placer dans l'intervalle  $[-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ . Comme la vitesse  $\hat{V}$  du bloc du haut ne peut être orienté que vers le bas, l'angle  $\eta$  doit aussi vérifier :

$$\eta < \gamma - \frac{\pi}{2} \text{ et } \eta > \gamma - \frac{3\pi}{2} \quad (\text{B.1})$$

ce qui réduit l'intervalle à  $\eta \in ]-\frac{3\pi}{2} + \gamma, \frac{\pi}{2} + \gamma[$ .

Suivant la valeur de  $\eta$ , la forme de  $\pi_{fc}$  et donc de  $q_u$  n'est pas la même . Le Tableau B.1 résume les expressions de  $q_u$  suivant les valeurs de  $\eta$  (voir la définition de  $\pi_{fc}$  suivant les différents cas dans le jeu d'équation (1.19)). La première et la dernière ligne du Tableau B.1 peut ne pas exister lorsque  $\phi^* < \gamma$  ou  $\phi > \gamma$  respectivement.

quel que soit le cas de figure, par rapport à  $\eta$ ,  $q_u$  varie comme  $A(\eta) \cdot \tan(\eta - \gamma) + B(\eta)$ . Ainsi, l'allure de la fonction et donc le minimum de  $q_u$  dépend du signe du terme  $A(\eta)$ . Le signe de ce terme est indépendant des conditions expérimentale à part pour le cas 3 où le signe de  $A(\eta)$  dépend de  $P_c$  et des paramètres du matériau. Il y a transition pour une pression de confinement égale à

$$P_{trans} = \frac{P^* \sin \phi^* (1 - \sin \phi) - C_0 \cos \phi (1 + \sin \phi^*)}{\sin \phi + \sin \phi^*} \quad (\text{B.2})$$

On peut remarquer que cette valeur est identique à celle trouvée par l'approche statique (équation (1.28)).

Ainsi, suivant la valeur de  $P_c$ , la fonction  $q_u(\eta)$  ne peut avoir que deux allures que nous nommerons  $q'_2$  et  $q'_4$  et qui sont représentées sur la Figure B.1. Grâce à cette Figure, la valeur de  $\eta$  pour laquelle  $q_u$  est minimum est évidente. On voit qu'elle ne dépend que de la valeur de  $P_c$ . Si  $P_c - p \leq P_{trans}$  (courbe  $q'_2$ ),  $q_u$  est minimum pour  $\eta = -\pi/2 + \phi$  qui correspond à une rupture par cisaillement. Et si  $P_c \geq P_{trans}$  (courbe  $q'_4$ ),  $\tilde{Q}_u$  est minimum pour  $\eta = -\pi/2 - \phi^*$  qui correspond à une rupture en compaction. Tout ceci est vrai quel que soit la valeur de  $\gamma$ . Mais il faudra tout de même vérifier que  $\gamma < \pi - \phi^*$  lorsque la rupture est compactante et que  $\gamma > \phi$  que la rupture est cisailante.

$\eta$	cas	$q_u$	sens de variation de $q_u$
$-3\pi/2 + \gamma$	3	$[(P_c + \bar{\sigma}_n) \tan \gamma - \bar{\tau}] \tan(\eta - \gamma) - \bar{\sigma}_n - \bar{\tau} \tan \gamma^{(a)}$	décroissant $\forall \gamma \text{ et } P_c$
$-3\pi/2 + \phi^*$	4		
$-3\pi/2 + \phi^*$	4	$(P_c - P^*) \tan \gamma \tan(\eta - \gamma) + P^*$	décroissant $\forall \gamma \text{ et } P_c$
	5		
$-\pi/2 - \phi^*$	4'	$[(P_c + \bar{\sigma}_n) \tan \gamma + \bar{\tau}] \tan(\eta - \gamma) - \bar{\sigma}_n + \bar{\tau} \tan \gamma^{(a)}$	
$-\pi/2 - \phi^*$	4'		
	3'		croissant si $P_c \geq P_{trans}$ et décroissant si $P_c \leq P_{trans}$
$-\pi/2 + \phi$	2'	$(P_c + C_0 \cotan \phi) \tan \gamma \tan(\eta - \gamma) - C_0 \cotan \phi$	
$-\pi/2 + \phi$	2'		
	1'		croissant $\forall \gamma \text{ et } P_c$
$-\pi/2 + \gamma$			

(a) Pour arriver à cette forme il faut utiliser les relations trigonométriques suivantes :  $1/(\cos \gamma \cos(\gamma - \eta)) = 1 - \tan \gamma \tan(\eta - \gamma)$  ;  
 $\cos(\eta) = \cos(\eta - \gamma + \gamma) = \cos(\eta - \gamma) \cos(\gamma) - \sin(\eta - \gamma) \sin(\gamma)$  ;  
 et  $\sin(\eta) = \sin(\eta - \gamma + \gamma) = \sin(\eta - \gamma) \cos(\gamma) + \cos(\eta - \gamma) \sin(\gamma)$ .

 TABLEAU B.1 – Expression et sens de variation de  $q_u$  suivant la valeur de l'angle  $\eta$ .

## B.2 Minimisation par rapport à $\gamma$ et détermination de $q_{lu}$

Maintenant, il nous reste à trouver  $\gamma$ , l'orientation optimale du plan de rupture. Pour cela, suivant la valeur de  $P_c$ , on injecte la valeur de  $\eta$  optimale dans l'expression de  $q_u$  correspondante et on procède à la minimisation par rapport à  $\gamma$  en annulant la dérivée par rapport à  $\gamma$ . Le résultat de cette minimisation est donné dans le Tableau B.2.

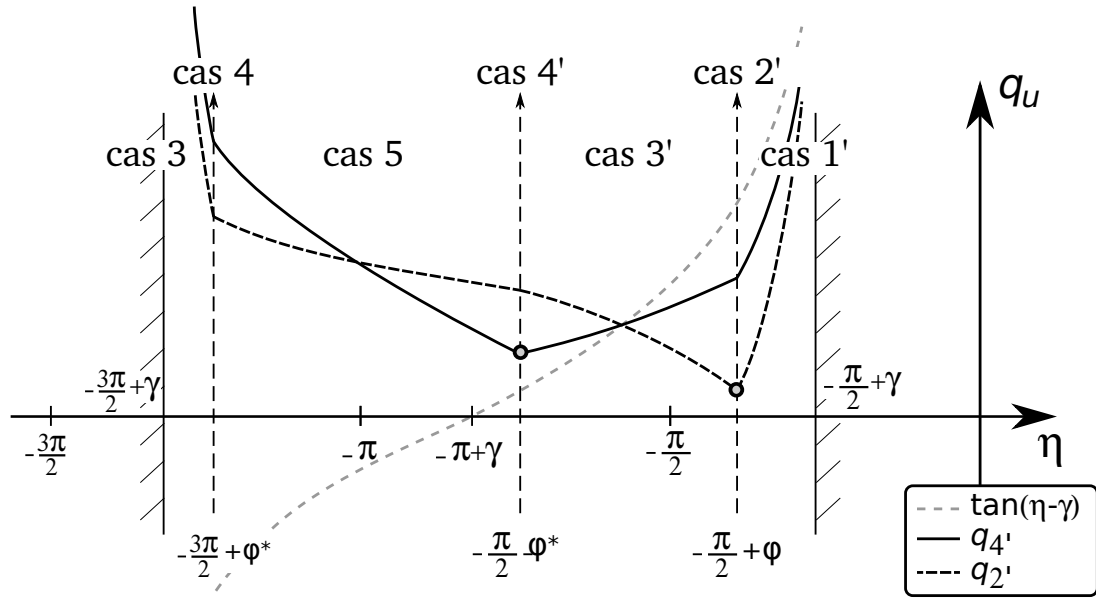


FIGURE B.1 – Allure de la borne supérieure  $q_u$  en fonction de  $\eta$  (cf Fig B.1) dans les deux cas de figure suivant la valeur de  $(P_c)$ .  $q_{4'}$  correspond à  $P_c \geq P_{trans}$  et  $q_{2'}$  à  $P_c \leq P_{trans}$ .

cas	$P_c \leq P^*$ cisaillement	$P_c \geq P^*$ compaction
$\eta$	$-\frac{\pi}{2} + \phi$	$-\frac{\pi}{2} - \phi^*$
$q_u(\gamma)$	$(P_c + C_0 \cotan \phi) \tan(\gamma) \cotan(\gamma - \phi) - C_0 \cotan \phi$	$(P_c - P^*) \tan(\gamma) \cotan(\gamma + \phi^*) + P^*$
$\gamma$ optimal	$\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$	$\frac{\pi}{4} - \frac{\phi^*}{2}$
$q_{lu}$	$\frac{P_c(1 + \sin \phi) + 2C_0 \cos \phi}{1 - \sin \phi}^{(a)}$	$\frac{P_c(1 - \sin \phi^*) + 2P^* \sin \phi^*}{1 + \sin \phi^*}^{(a)}$

<sup>(a)</sup> Pour obtenir cette forme, il faut utiliser la fait que  $\frac{\tan(\pi/4 + \theta)}{\tan(\pi/4 - \theta)} = \frac{1 + \sin(2\theta)}{1 - \sin(2\theta)}$

TABLEAU B.2 – Expression et sens de variation de  $q_u$  suivant la valeur de l'angle  $\eta$ .

## Borne supérieure des mécanismes 2 et 3 du prisme critique

CETTE ANNEXE présente la dérivation et la minimisation des bornes supérieures des *mécanismes 2* et *3* considérés dans le cadre de l'étude du prisme critique dans le chapitre 2 de la première partie (page 31).

### C.1 Mécanisme 2 : activation d'une rampe prenant racine au pied du butoir

L'objectif de cette section est d'obtenir l'expression du majorant  $Q_{u2}$  de la force pour un champ de vitesse donnée correspondant à un *mécanisme 2* puis d'optimiser ce champ de vitesse.

L'hodogramme associé au saut de vitesse de part et d'autre de l'interface au niveau butoir est représenté dans la Figure C.1a. La loi des sinus appliqué à ce triangle donne :

$$\frac{\hat{J}_{BW}}{\cos(\eta_R - \gamma + \beta)} = \frac{\hat{V}_{HW}}{\sin(\nu_{BW})} = \frac{-\hat{V}_{BW}}{\cos(\eta_R + \nu_{BW} - \gamma + \beta)}. \quad (C.1)$$

La construction de cet hodogramme, les restrictions dues à la fonction d'appui ainsi que le fait que  $\hat{V}_{HW}$  doivent pointer vers l'avant du prisme impliquent les contraintes suivantes sur les angles  $\eta_R$  et  $\nu_{BW}$  :

$$\eta_R + \nu_{BW} > \frac{\pi}{2} + \gamma - \beta, \quad (C.2)$$

$$\frac{\pi}{2} - \varphi_R \geq \eta_R \geq \gamma - \beta, \quad (C.3)$$

$$\frac{\pi}{2} - \varphi_{BW} \geq \nu_{BW} \geq 0. \quad (C.4)$$

Les conséquences en terme de domaine de recherche pour ces angles sont illustrées sur la Figure C.1b pour un angle  $\gamma$  donné. La partie grisée de cette Figure correspond à l'ensemble des champs de vitesse virtuelle pertinents pour ce mécanisme.

Ayant déterminé l'ensemble des champs de vitesse à explorer, exprimons maintenant la puissance résistante maximale effective ainsi que la puissance virtuelle externe et effective. La puissance résistante maximale effective ne dépendant que de la contribution des discontinuités de vitesse le long de la rampe et le long de l'interface entre le prisme et le butoir s'exprime de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}'_{rm}(\hat{V}) &= C_R L_{EA} \cot(\varphi_R) \cos(\eta_R) \hat{V}_{HW} \\ &+ C_{BW} H \cot(\varphi_{BW}) \cos(\nu_{BW}) \hat{J}_{BW}, \end{aligned} \quad (C.5)$$

La puissance virtuelle externe et effective quant à elle est la somme de quatre termes : la puissance de la gravité, celle de la pression de pore dans les discontinuités, celle de la pression de fluide sur la topographie et enfin celle due à la force  $Q$ . Ceci nous donne :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}'_{\text{ext}}(\hat{\underline{V}}) = & \int_{AEC} \rho g \hat{\underline{V}}_{HW} dV \\ & + \int_{AE} p(\underline{x}) \underline{n}_R \hat{\underline{V}}_{HW} dS + \int_{AB} p(\underline{x}) \underline{n}_{BW} \hat{\underline{J}}_{BW} dS \\ & + \int_{EB} p(\underline{x}) (\sin(\alpha) \underline{e}_x - \cos(\alpha) \underline{e}_y) \hat{\underline{V}}_{HW} dS + Q \hat{V}_{BW}. \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Et après intégration on obtient :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}'_{\text{ext}}(\hat{\underline{V}}) = & Q - \rho g S_{AEB} \cos(\eta_R - \gamma) \hat{V}_{HW} \\ & + \frac{p(E) + p(A)}{2} L_{EA} \cos(\eta_R) \hat{V}_{HW} + \frac{p(A) + p(B)}{2} H \cos(\nu_{BW}) \hat{J}_{BW} \\ & - \frac{p(E) + p(B)}{2} L_{EB} \cos(\eta_R - \gamma - \alpha) \hat{V}_{HW}. \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

Le théorème de la résistance maximale en terme de contrainte effective nous donne le majorant  $Q_{u2}$  de la force  $Q$  associée à ce champ de vitesse défini par les angles  $\eta_R$ ,  $\nu_{BW}$  et  $\gamma$  :

$$Q_{u2} = A' + \frac{\cos(\eta_R - \gamma + \beta)(B' \sin(\nu_{BW}) + C' \cos(\nu_{BW}))}{\cos(\eta_R + \nu_{BW} - \gamma + \beta)}, \quad (\text{C.8})$$

où

$$\begin{aligned} A' = & -C_R \cotan(\varphi_R) L_{EA} \sin(\gamma - \beta) + \rho g S_{AEB} \sin(\beta) \\ & + \frac{p(E) + p(A)}{2} L_{EA} \sin(\gamma - \beta) + \frac{p(E) + p(B)}{2} L_{EB} \sin(\alpha + \beta), \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

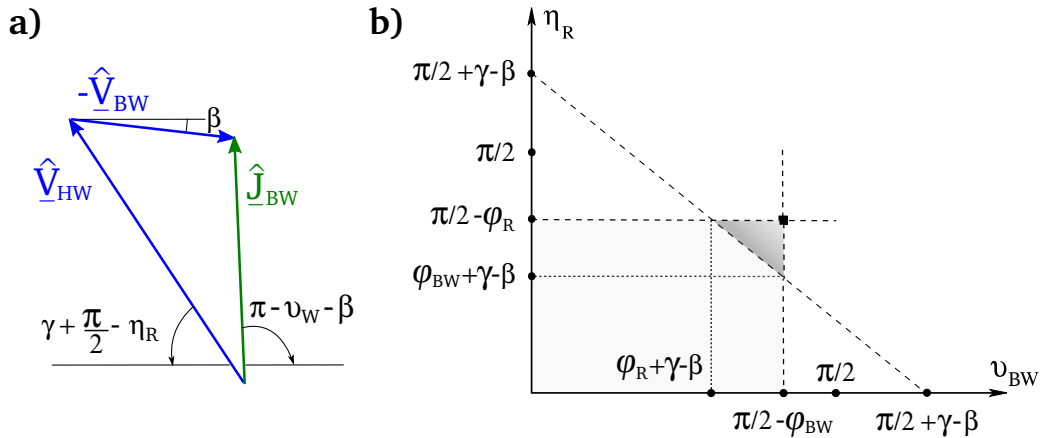


FIGURE C.1 – (a) Hodogramme associé au saut de vitesse de part et d'autre de l'interface au niveau du butoir pour le second mécanisme. et (b) représentation graphique des contraintes sur les angles  $\eta_R$  et  $\nu_{BW}$ . Le vecteur vitesse  $\hat{\underline{V}}_{HW}$  optimal est caractérisé par le point marqué par un carré noir.

$$\begin{aligned} B' = & -C_R \cotan(\varphi_R) L_{EA} \cos(\gamma - \beta) - \rho g S_{AEB} \cos(\beta) \\ & + \frac{p(E) + p(A)}{2} L_{EA} \cos(\gamma - \beta) - \frac{p(E) + p(B)}{2} L_{EB} \cos(\alpha + \beta), \end{aligned} \quad (C.10)$$

$$\begin{aligned} C' = & C_R \cotan(\varphi_R) L_{EA} \sin(\gamma - \beta) - \rho g S_{AEB} \sin(\beta) \\ & - \frac{p(E) + p(A)}{2} L_{EA} \sin(\gamma - \beta) - \frac{p(E) + p(B)}{2} L_{EB} \sin(\alpha + \beta) \\ & - C_{BW} \cotan(\varphi_{BW}) H + \frac{p(A) + p(B)}{2} H. \end{aligned} \quad (C.11)$$

La structure de ce majorant est très similaire à celle trouvée pour  $Q_{u1}$  dans l'équation (2.17) (page 41). De la même façon que les scalaires A, B et C, A', B' et C' ne dépendent que de la géométrie du système et de la rampe activée ( $\gamma$ ) et non des orientations des vitesses. Le *mécanisme 2* est analogue au *mécanisme 1* pour lequel le décollement serait remplacé par la rampe AE. Ainsi, l'expression (C.8) est identique à celle trouvée dans l'équation (2.17) (page 41) mais dans laquelle  $\beta$  aurait été remplacé par  $\eta_R - \gamma + \beta$ . Fort de cette analogie, l'optimisation de  $Q_{u2}$  en terme de  $\eta_R$  et  $\nu_{BW}$  est aisée et on trouve de la même manière que pour le premier mécanisme que les angle optimum sont :

$$\eta_R = \frac{\pi}{2} - \varphi_R, \quad \nu_{BW} = \frac{\pi}{2} - \varphi_{BW}, \quad (C.12)$$

## C.2 Mécanisme 3 : activation d'une rampe et d'un rétro-chevauchement prenant racine n'importe où dans le décollement

L'objectif est ici d'obtenir l'expression du majorant  $Q_{u3}$  de la force pour un champ de vitesse donnée correspondant à un *mécanisme 3*.

Les deux sauts de vitesse de part et d'autre de l'interface au niveau du butoir et du rétro-chevauchement entraînent les deux hodogrammes représentés sur la Figure C.2. La loi des sinus appliquée à ces deux hodogrammes donne :

$$\frac{\hat{V}_{BS}}{\sin(\eta_R + \nu_{BT} - \gamma - \theta)} = \frac{-\hat{V}_{HW}}{\sin(\theta + \beta - \nu_{BT} - \eta_D)} = \frac{\hat{J}_{BT}}{\sin(\gamma - \beta - \eta_R + \eta_D)}, \quad (C.13)$$

et

$$\frac{\hat{J}_{BW}}{\cos(\eta_D)} = \frac{\hat{V}_{BS}}{\sin(\nu_{BW})} = \frac{-\hat{V}_{BW}}{\cos(\eta_D + \nu_{BW})}. \quad (C.14)$$

Ces deux jeux d'équations permettent d'exprimer l'intensité de toutes les vitesses en fonction de  $\hat{V}_{BW}$ , qui servira de normalisation et des orientation des vitesses  $\nu_{BW}$ ,  $\nu_{BT}$ ,  $\eta_R$ , and  $\eta_D$ . Pour un couple  $(\theta, \gamma)$  donné, ces quatre angles définissent entièrement le champ de vitesse. La construction des hodogrammes, les restrictions dues à la fonction d'appui et le



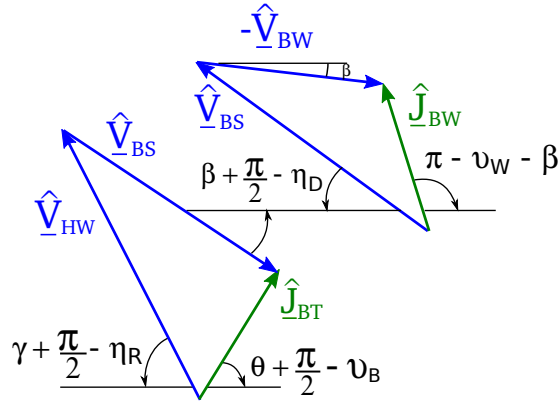


FIGURE C.2 – Hodogramme associé aux sauts de vitesse de part et d'autre de l'interface entre le prisme et le butoir ainsi que de part et d'autre du rétro-chevauchement pour le *mécanisme 2*.

fait que  $\hat{V}_{HW}$  doivent pointer vers l'avant du prisme impliquent les contraintes suivantes sur ces angles :

$$\begin{aligned} \eta_R + \nu_{BT} > \gamma + \theta, \quad \frac{\pi}{2} - \varphi_R \geq \eta_R \geq \gamma - \beta, \quad \frac{\pi}{2} - \varphi_D \geq \eta_D \geq 0, \\ \eta_D + \nu_{BW} > \frac{\pi}{2}, \quad \frac{\pi}{2} - \varphi_{BW} \geq \nu_{BW} \geq 0, \quad \frac{\pi}{2} - \varphi_{BT} \geq \nu_{BT} \geq 0. \end{aligned} \quad (C.15)$$

L'activation partielle du décollement, de la rampe, du rétro-chevauchement et de l'interface au niveau du butoir sont des sources de dissipation et contribuent à la puissance résistante maximale effective :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}'_{\text{rm}}(\hat{V}) &= C_D \cot(\varphi_D) d \cos(\eta_D) \hat{V}_{BS} \\ &+ C_R \cot(\varphi_R) L_{GE} \cos(\eta_R) \hat{V}_{HW} + C_{BT} \cot(\varphi_{BT}) L_{GF} \cos(\nu_{BT}) \hat{J}_{BT} \\ &+ C_{BW} \cot(\varphi_{BW}) H \cos(\nu_{BW}) \hat{J}_{BW}. \end{aligned} \quad (C.16)$$

D'autre part, la puissance externe et effective vaut après intégration :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}'_{\text{ext}}(\hat{V}) &= Q - \rho g \mathcal{S}_{HW} \cos(\eta_R - \gamma) \hat{V}_{HW} - \rho g \mathcal{S}_{BS} \cos(\eta_D - \beta) \hat{V}_{BS} \\ &+ \frac{p_D(G) + p_D(A)}{2} d \cos(\eta_D) \hat{V}_{BS} + \frac{p(G) + p(E)}{2} L_{GE} \cos(\eta_R) \hat{V}_{HW} \\ &+ \frac{p(G) + p(F)}{2} L_{GF} \cos(\nu_{BT}) \hat{J}_{BT} + \frac{p(A) + p(B)}{2} H \cos(\nu_{BW}) \hat{J}_{BW} \\ &- \frac{p(F) + p(E)}{2} L_{FE} \cos(\eta_R - \gamma - \alpha) \hat{V}_{HW} \\ &- \frac{p(F) + p(B)}{2} L_{FB} \cos(\eta_D - \beta - \alpha) \hat{V}_{BS}, \end{aligned} \quad (C.17)$$

où  $\mathcal{S}_{HW}$  et  $\mathcal{S}_{BS}$  sont les surfaces du *hanging-wall* et du *back-stop*.

Finalement, afin d'obtenir l'expression de  $Q_{u3}$  donnée dans le corps du texte (équation 2.23, page 43), il ne reste qu'à appliquer le théorème de la résistance maximale (section 2.2, page 34) combiné avec (C.17), (C.16), (C.13) et (C.14).

# Optimisation numérique : mise en place et contribution de ce travail

## D.1 Linéarisation du critère de rupture et réécriture du problème

La première étape consiste en la linéarisation du critère de rupture. De manière générale celui ci va être caractérisé par un certain nombre  $n$  d'inégalités :

$$G(\underline{\sigma}) = \{\underline{\sigma} | f_i(\underline{\sigma}) \leq 0, i = 1, \dots, n\}, \quad (\text{D.1})$$

où les  $f_i(\underline{\sigma}) = 0$  définissent des hyper-surfaces dans l'espace des contraintes. Dans la suite, l'ensemble de ces hyper-surfaces est approximé par un jeu de  $p$  hyper-plans définis par <sup>1</sup> :

$$\underline{\underline{A}}^a : \underline{\sigma} - k^a \leq 0, a = 1, \dots, p, \quad (\text{D.2})$$

où  $\underline{\underline{A}}^a$  et  $k^a$  sont la normale (tenseur symétrique du deuxième ordre) à cet hyper-plan et la contrainte de référence. Ces plans sont tangents au critère de rupture. Cette linéarisation est illustrée par la Figure D.1a.

Si  $G(\underline{\sigma})$  est convexe, alors n'importe quel tenseur du deuxième ordre  $\underline{\underline{T}}$  peut s'écrire de la façon suivante  $\underline{\underline{T}} = \sum_{a=1}^p \lambda^a \underline{\underline{A}}^a$  avec  $\lambda^a \geq 0$ . Ainsi le tenseur taux de déformation virtuelle peut s'écrire :

$$\underline{\underline{d}}(\hat{\underline{V}}) = \sum_{a=1}^p \lambda^a \underline{\underline{A}}^a \text{ avec } \lambda^a \geq 0. \quad (\text{D.3})$$

On peut définir la fonction d'appui  $\pi(\underline{\underline{d}}(\hat{\underline{V}}))$  et une fonction d'appui linéarisée  $\pi_L(\underline{\underline{d}}(\hat{\underline{V}}))$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi(\underline{\underline{d}}) = \sum_{a=1}^p \underline{\sigma}^* : \lambda^a \underline{\underline{A}}^a \\ \pi_L(\underline{\underline{d}}(\hat{\underline{V}})) = \sum_{a=1}^p \underline{\sigma}_L^* : \lambda^a \underline{\underline{A}}^a = \sum_{a=1}^p k^a \lambda^a \end{array} \right. \quad (\text{D.4})$$

où  $\underline{\sigma}_L^* = \sum_{a | \lambda^a \neq 0} k^a \underline{\underline{A}}^a$  (voir construction graphique Figure D.1b).

De plus, comme  $\underline{\sigma}^*$  est strictement inclus dans le domaine défini par les hyper-plans, on a l'inégalité suivante :

$$\pi_L(\underline{\underline{d}}(\hat{\underline{V}})) \geq \pi(\underline{\underline{d}}) \quad (\text{D.5})$$

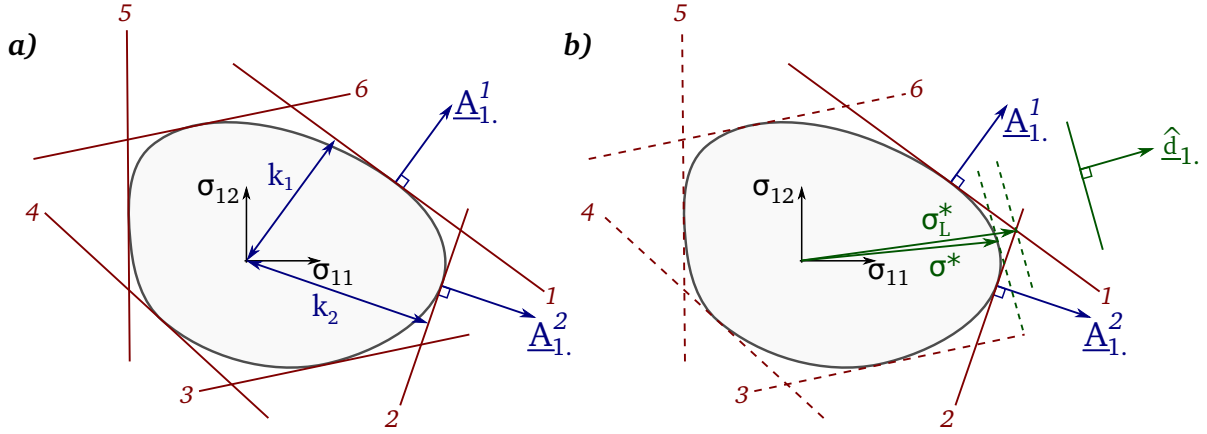


FIGURE D.1 – (a) Illustration dans le cas 2D ( $\underline{\sigma} = \{\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}\} \in \mathbb{R}^3$ ) de la linéarisation du critère. Le critère est projeté sur le plan  $\{\sigma_{11}, \sigma_{12}\}$  et est approximé par 6 hyper-plans caractérisés par leur normale  $\underline{A}_1^a$  et leur référence  $k^a$  ( $a = 1, \dots, 6$ ) et (b) méthode graphique pour construire la fonction d'appui linéarisée. Cette méthode est similaire à celle présentée en Figure 1.3 (page 22)

À partir de là, le problème d'optimisation se réécrit de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 \left| \begin{array}{l}
 \text{minimiser : } Q_u = \int_{\Omega_t} \left( \sum_{a=1}^p k_a \lambda_a - \rho \underline{g} \cdot \hat{\underline{V}} \right) dV - \int_{\partial\Omega_t^T} \underline{T}^d \cdot \hat{\underline{V}} dS - \int_{\Omega_t} p \operatorname{div}(\hat{\underline{V}}) dV \\
 \text{soumis à : } \hat{\underline{V}} \in CA \\
 \underline{d}(\hat{\underline{V}}) = \sum_{a=1}^p \lambda_a \underline{A}_a, \forall \underline{x} \in \Omega \\
 \lambda_a \geq 0, \forall \underline{x} \in \Omega, \forall a
 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

## D.2 Discrétisation spatiale du problème

La deuxième étape consiste à discrétiser le système étudié sur un maillage et à interpoler tous les termes des équations du problème d'optimisation. Pour plus de détails voir [Krabbenhøft et al. \(2005\)](#) et [Souloumiac et al. \(2010\)](#).

### Éléments et interpolation

Les éléments utilisés sont triangulaires à 6 nœuds : les nœuds 1, 2 et 3 se trouvant aux sommets et les nœuds 4, 5 et 6 au milieu des côtés. Ces éléments sont illustrés en

1. On peut noter que dans le cas des critères utilisés dans ce travail cette linéarisation est superflue vu que les critères sont déjà linéaires.

Figure D.2. On notera  $A$  l'aire de l'élément et  $l_i$  et  $\underline{n}_i = (n_{i1}, n_{i2})$  la longueur et la normale de la face  $i$  de l'éléments.

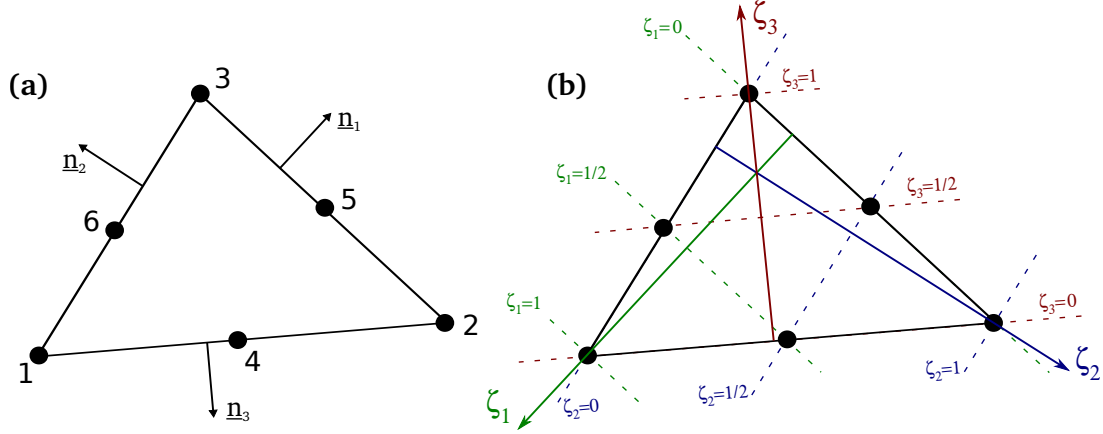


FIGURE D.2 – (a) Numérotation locale des nœuds dans l'élément et (b) coordonnées barycentriques intrinsèques  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$  et  $\zeta_3$  de l'élément.

La fonction d'interpolation sur l'élément, de la vitesse par exemple, est la suivante<sup>2</sup> :

$$\begin{aligned}
 \left\{ \hat{\underline{V}}^h \right\}_{2 \times 1} &= [N_i]_{2 \times 12} \cdot \left\{ \hat{\underline{V}}^e \right\}_{12 \times 1} \\
 &= \begin{bmatrix} N_1 & 0 & \cdots & N_6 & 0 \\ 0 & N_1 & \cdots & 0 & N_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} V_1^1 \\ V_2^1 \\ \vdots \\ V_1^6 \\ V_2^6 \end{Bmatrix} \\
 &= \sum_{i=1}^3 (\zeta_i (2\zeta_i - 1) \hat{\underline{V}}_i) + 4 (\zeta_1 \zeta_2 \hat{\underline{V}}_4 + \zeta_3 \zeta_2 \hat{\underline{V}}_5 + \zeta_1 \zeta_3 \hat{\underline{V}}_6).
 \end{aligned} \tag{D.6}$$

Pour obtenir la discrétisation du tenseur de déformation, on part du gradient des coordonnées barycentrique ( $\nabla \zeta_i = -\underline{n}_i l_i / A$ ) :

$$\begin{aligned}
 \left\{ \nabla \hat{\underline{V}}^h \right\}_{2 \times 2} &= - \sum_{i=1}^3 \frac{l_i}{A} (4\zeta_i - 1) \hat{\underline{V}}_i \otimes \underline{n}_i - \frac{4}{A} [\hat{\underline{V}}_4 \otimes (\zeta_1 l_2 \underline{n}_2 \\
 &\quad + \zeta_2 l_1 \underline{n}_1) + \hat{\underline{V}}_5 \otimes (\zeta_2 l_3 \underline{n}_3 + \zeta_3 l_2 \underline{n}_2) + \hat{\underline{V}}_6 \otimes (\zeta_1 l_3 \underline{n}_3 + \zeta_3 l_1 \underline{n}_1)],
 \end{aligned} \tag{D.7}$$

2.  $V_i^j$  représente la composante selon la direction  $i$  de la vitesse du nœud  $j$ .

### D.3 Discrétisation des équations sur le maillage pour l'approche numérique

#### NOTATIONS

- $n_e$  est le nombre d'éléments
- $p$  est le nombre de nœuds multiplié par le nombre de degrés de liberté (ici 2 car on n'étudie que des problèmes à 2D)
- $m_1$  est le nombre de conditions aux limites nulles en déplacement/forces
- $m_2$  est le nombre de conditions aux limites non nulles en déplacement/forces
- $n_c$  est le nombre d'hyper-plans qui défini le critère dans un élément  $e$

Chaque équation du problème d'optimisation va être écrite pour les trois sommets de chaque élément<sup>3</sup>. Pour un élément on peut écrire chaque terme du problème de minimisation sous forme matricielle<sup>4</sup>

$$\int_{\Omega_t} \sum_{a=1}^p k_a \lambda_a dV \longrightarrow {}^t\{k\}_{3n_c} \{\lambda\}_{3n_c} \quad (D.8)$$

$$\int_{\Omega_t} \rho \underline{g} \cdot \hat{\underline{V}} dV \longrightarrow {}^t\{G\}_{12} \{\hat{\underline{V}}\}_{12} \quad (D.9)$$

$$\int_{\partial\Omega_t^T} \underline{T}^d \cdot \hat{\underline{V}} dS \longrightarrow {}^t\{T\}_{12} \{\hat{\underline{V}}\}_{12} \quad (D.10)$$

$$\int_{\Omega_t} p \operatorname{div}(\hat{\underline{V}}) dV \longrightarrow {}^t\{P\}_{12} \{\hat{\underline{V}}\}_{12} \quad (D.11)$$

Par soucis de simplification les vecteurs  $\{G\}$ ,  $\{T\}$  et  $\{P\}$  seront tous pris en compte dans un seul vecteur que l'on nommera  $\{G\}$ . L'expression de  $\{T\}$  dépend des conditions aux limites et celle de  $\{G\}$  est la suivant<sup>5</sup> :

$${}^t\{G\} = \frac{\rho A}{3} (0, 0, 0, 0, 0, 0, g_1, g_2, g_1, g_2, g_1, g_2) \quad (D.12)$$

où  $g_1$  et  $g_2$  sont les composantes de la gravité selon les directions 1 et 2.

Il faut maintenant traduire les différentes contraintes du problème d'optimisation :

$$\hat{\underline{V}} CA \longrightarrow [H_1]_{m_1 \times 12} \{\hat{\underline{V}}\}_{12} = \{0\}_{m_1} \text{ et } [H_2]_{m_2 \times 12} \{\hat{\underline{V}}\}_{12} = \{\pm 1\}_{m_2} \quad (D.13)$$

Ces deux équations traduisent les conditions aux limites, bloquées pour  $[H_1]$  et en déplacements imposés pour  $[H_2]$ .

---

3. Seulement 3 équations suffisent et non 6 car bien qu'on utilise une interpolation d'ordre 2 (polynôme de degré 2) pour  $\{\hat{\underline{V}}^h\}$ , les équations font intervenir  $\nabla \hat{\underline{V}}^h$  qui lui est d'ordre 1 (polynôme de degré 1)

4. le 3 dans les dimensions des matrices correspond au fait qu'une équation est écrite pour chaque sommet qui sont au nombre de 3

5. Pour plus de détails sur l'expression de  $\{G\}$  voir [Souloumiac et al. \(2010\)](#).

$$\underline{\underline{d}}(\hat{V}) = \sum_{a=1}^p \lambda_a \underline{\underline{A}}_a \longrightarrow [\mathcal{B}]_{9n_e \times 12} \{\hat{V}\}_{12} = [\mathcal{A}]_{9 \times 3n_c} \{\lambda\}_{3n_c} \quad (\text{D.14})$$

L'expression des 3 composantes du taux de déformation discrétisée de l'équation D.7 :

$$\{\hat{d}^h\}_{3 \times 1} = {}^t(d_{11}^h, d_{22}^h, 2d_{12}^h) = [B]_{3 \times 12}^e \cdot \left\{ \hat{V}^e \right\}_{12 \times 1} \quad (\text{D.15})$$

Le 9 dans la dimension de  $[\mathcal{B}]$  correspond au fait qu'on écrit les équations pour les 3 composantes du taux de déformation sur chacun des 3 nœuds. *Souloumiac et al. (2010)* montrent que pour gérer les éléments des discontinuités qui sont de surface nulle et pour lesquels l'expression de  $\nabla \hat{V}$  mène à une forme indéterminée il suffit de multiplier l'équation D.14 par  $\frac{1}{3}A$ . Dans le terme de gauche, on intègre ce facteur à  $[\mathcal{B}]^e$  et dans celui de droite à  $\{\bar{\lambda}\} \equiv \{\frac{1}{3}A\lambda\}$ . Ainsi, on a

$$[\bar{\mathcal{B}}]^e \{\hat{U}\}^e = [\mathcal{A}]^e \{\bar{\lambda}\}^e \quad (\text{D.16})$$

$$\text{avec } [\bar{\mathcal{B}}]^e = \frac{1}{3}A \begin{bmatrix} \bar{B}^e(\zeta_i = \delta_{i1}) \\ \bar{B}^e(\zeta_i = \delta_{i2}) \\ \bar{B}^e(\zeta_i = \delta_{i3}) \end{bmatrix} \text{ et } [\mathcal{A}]^e = \begin{bmatrix} [A]^e & [0] & [0] \\ [0] & [A]^e & [0] \\ [0] & [0] & [A]^e \end{bmatrix}$$

$$\text{où } \begin{cases} [A]_{3 \times n_c}^e = \begin{bmatrix} A_{111} & \cdots & A_{11n} \\ A_{221} & \cdots & A_{22n} \\ 2A_{121} & \cdots & 2A_{12n} \end{bmatrix} \\ [\bar{\mathcal{B}}]_{9 \times 12}^e = -\frac{1}{6} \begin{bmatrix} 3P_1 & -P_2 & -P_3 & 4P_2 & 0 & 4P_3 \\ -P_1 & 3P_2 & -P_3 & 4P_1 & 4P_3 & 0 \\ -P_1 & -P_2 & 3P_3 & 0 & 4P_2 & 4P_1 \end{bmatrix} \\ [P_i] = l_i \begin{bmatrix} n_1^i & 0 \\ 0 & n_2^i \\ n_2^i & n_1^i \end{bmatrix} \end{cases}$$

## D.4 Contribution apportée par ce travail

### D.4.1 Contribution des termes dus aux pressions de pore dans $\{G\}$

Après la discrétisation spatiale et interpolation, la contribution du terme due aux pressions de fluide (équation (2.6), page 35) se transforme de la façon suivante :

$$\int_{\Omega_t} p \operatorname{div}(\hat{V}) dV \longrightarrow {}^t\{P\}_{12} \{\hat{V}\}_{12}. \quad (\text{D.17})$$

Le but de cette section est de déterminer le vecteur  $\{P\}$  qui intervient dans l'expression du vecteur  $\{G\}$  (voir page 52).

Tout d'abord, on peut réécrire l'intégrale de  $p \operatorname{div}(\hat{\underline{V}})$  :

$$\int_{\Omega_t} p \operatorname{div}(\hat{\underline{V}}) dV = \oint_{\partial\Omega_t} p \hat{\underline{V}} \cdot \underline{n} dl - \int_{\Omega_t} \nabla p \cdot \hat{\underline{V}} dV. \quad (\text{D.18})$$

Après un développement limité de  $p$  au premier ordre le premier terme devient :

$$\oint_{\partial\Omega_t} p \hat{\underline{V}} \cdot \underline{n} dl = p^e \oint_{\partial\Omega_t} \left(1 + \nabla p \cdot \frac{\underline{x} - \underline{x}_0}{p^e}\right) \hat{\underline{V}} \cdot \underline{n} dl, \quad (\text{D.19})$$

où  $p^e$  et  $\underline{x}_0$  sont la pression et la position du barycentre de l'élément. Tant que les variations sur la taille de l'élément de pression restent faibles devant la pression au barycentre :

$$1 \gg \nabla p \cdot \frac{\underline{x} - \underline{x}_0}{p^e} \quad (\text{D.20})$$

Ainsi, l'équation (D.18) devient :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_t} p \operatorname{div}(\hat{\underline{V}}) dV &\simeq p^e \oint_{\partial\Omega_t} \hat{\underline{V}} \cdot \underline{n} dl - \int_{\Omega_t} \nabla p \cdot \hat{\underline{V}} dV \\ &\simeq I_1 - I_2. \end{aligned} \quad (\text{D.21})$$

### Discretisation de $I_1$ sur un élément

Il faut commencer par remplacer  $\hat{\underline{V}}$  par la vitesse interpolée sur l'élément  $\hat{\underline{V}}^h$  (voir l'équation (D.6) en annexe).

$$\begin{aligned} I_1 &= p^e \oint_{\partial\Omega_t} \hat{\underline{V}}^h \cdot \underline{n} dl \\ &= p^e \left[ \int_1^2 [N] \hat{\underline{V}}^e \cdot \underline{n}_3 dl + \int_2^3 [N] \hat{\underline{V}}^e \cdot \underline{n}_1 dl + \int_3^1 [N] \hat{\underline{V}}^e \cdot \underline{n}_2 dl \right]. \end{aligned} \quad (\text{D.22})$$

où les bornes des intégrales sont les nœuds numérotés de 1 à 3 c'est à dire les différents sommets de l'éléments. Comme  $\hat{\underline{V}}^e$  est un vecteur constant :

$$I_1 = p^e \left[ \int_1^2 [N] \underline{n}_3 dl + \int_2^3 [N] \underline{n}_1 dl + \int_3^1 [N] \underline{n}_2 dl \right] \cdot \hat{\underline{V}}^e. \quad (\text{D.23})$$

L'expression des fonction de forme est donnée dans l'équation (D.6) en annexe. Comme

sur la face de normale  $\underline{n}_i$ ,  $\zeta_i = 0$ , ces intégrales se simplifient et on trouve :

$$I_1 = \frac{p^e}{6} \cdot \begin{pmatrix} l_3 n_{31} + l_2 n_{21} \\ l_3 n_{32} + l_2 n_{22} \\ l_3 n_{31} + l_1 n_{11} \\ l_3 n_{32} + l_1 n_{12} \\ l_1 n_{11} + l_2 n_{21} \\ l_1 n_{12} + l_2 n_{22} \\ 4l_3 n_{31} \\ 4l_3 n_{32} \\ 4l_1 n_{11} \\ 4l_1 n_{12} \\ 4l_2 n_{21} \\ 4l_2 n_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{D.24})$$

### Discrétisation de $I_2$ sur un élément

Nous faisons l'hypothèse que  $\underline{\nabla}p = (\partial_1 p, \partial_2 p)$  est constant sur l'élément<sup>6</sup>. Ainsi, après avoir remplacé par la vitesse interpolée :

$$I_2 = \underline{\nabla}p \left[ \int_{\Omega_t} [N] dV \right] \cdot \hat{\underline{V}}^e. \quad (\text{D.25})$$

L'intégrale entre crochets donne une contribution nulle pour les nœuds des sommets et  $\frac{2A}{3}$  pour les nœuds situés au milieu des côtés. Ainsi, on obtient

$$I_2 = \frac{A}{3} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \partial_1 p \\ \partial_2 p \\ \partial_1 p \\ \partial_2 p \\ \partial_1 p \\ \partial_2 p \end{pmatrix} \quad (\text{D.26})$$

### Expression de $\{P\}$

Finalement, le vecteur  $\{P\}$  qui traduit la contribution de l'effet des pressions de fluide (équation (D.17)) dans le vecteur  $\{G\}$ , qui apparait dans les problèmes primal et dual,

---

6. Cette hypothèse est vraie lorsque le champ de pression est décrit par un coefficient de pression  $\lambda$  constant sur l'élément.



s'exprime de la façon suivante

$$\{P\} = \frac{p^e}{6} \cdot \begin{Bmatrix} l_3 n_{31} + l_2 n_{21} \\ l_3 n_{32} + l_2 n_{22} \\ l_3 n_{31} + l_1 n_{11} \\ l_3 n_{32} + l_1 n_{12} \\ l_1 n_{11} + l_2 n_{21} \\ l_1 n_{12} + l_2 n_{22} \\ 4l_3 n_{31} \\ 4l_3 n_{32} \\ 4l_1 n_{11} \\ 4l_1 n_{12} \\ 4l_2 n_{21} \\ 4l_2 n_{22} \end{Bmatrix} - \frac{A}{3} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \partial_1 p \\ \partial_2 p \\ \partial_1 p \\ \partial_2 p \\ \partial_1 p \\ \partial_2 p \end{Bmatrix} \quad (\text{D.27})$$

## D.4.2 Prise en compte des matériaux frictionnnels et compactants

### D.4.2.1 Second-order cone programming (SOCP)

L'écriture de la matrice  $[A]$  qui apparait dans les équations, n'est pas aisée, ainsi on transforme notre problème d'optimisation non-linéaire en un problème présentant un format SOCP (Second-order cone programming) qui permet d'exprimer de manière plus simple le fait que  $\underline{\underline{\sigma}}$  doit satisfaire le critère de rupture. La forme initiale du problème et la nouvelle forme sont les suivantes :

#### Problème d'optimisation initial

$$\begin{aligned} & \text{minimiser} && {}^t\{c\}\{\sigma\} \\ & \text{soumis} && [A]\{\sigma\} = \{b\}, \\ & && \{\sigma\}_i \in \mathcal{G}_i, i = 1, \dots, n, \end{aligned} \quad (\text{D.28})$$

où les  $\mathcal{G}_i$  sont des ensembles quelconques.

#### Problème d'optimisation SOCP

$$\begin{aligned} & \text{minimiser} && {}^t\{c'\}\{\rho\} \\ & \text{soumis} && [A']\{\rho\} = \{b'\}, \\ & && \{\rho\}_i \in \mathcal{K}_i, i = 1, \dots, m, \end{aligned} \quad (\text{D.29})$$

la forme est similaire, sauf que dans ce cas, les domaines limites pour les  $\mathcal{K}_i$  sont de la forme suivante :

$$\mathcal{K}_i = \left\{ \{\rho\} \in \mathbb{R}^{m+1} \mid \rho_1 \geq \sqrt{\sum_{j=2}^{m+1} \alpha_{ij} \rho_j^2} \right\} \text{ avec } \alpha = 0 \text{ ou } 1. \quad (\text{D.30})$$

Pour cela on introduit de nouvelle inconnue  $\{\rho\}$  qui s'exprime en fonction de  $\underline{\underline{\sigma}}$  :

$$\{\rho\} = [D]\{\underline{\underline{\sigma}}\} + \{d\} \quad (\text{D.31})$$

où  $[D]$  et  $\{d\}$  dépendent du critère de rupture.

#### D.4.2.2 Cas du critère de Coulomb fermé en compaction

*Critère de Coulomb :*

$$f(\sigma_x, \sigma_y, \tau) = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} + (\sigma_x + \sigma_y) \sin(\phi) - 2C \cos(\phi) \leq 0$$

*Critère en compaction :*

$$f(\sigma_x, \sigma_y, \tau) = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} - (\sigma_x + \sigma_y) \sin(\phi^*) - 2P^* \sin(\phi^*) \leq 0$$

Ce critère peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\mathcal{K} = \left\{ \{\rho\} \in \mathbb{R}^6 \mid \rho_1 \geq \sqrt{\rho_2^2 + \rho_3^2} \text{ et } \rho_4 \geq \sqrt{\rho_2^2 + \rho_3^2} \right\} \quad (\text{D.32})$$

$$\text{avec, } \{\rho\} = \begin{bmatrix} -\sin(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ \sin(\phi^*) & \sin(\phi^*) & 0 \end{bmatrix} \{\underline{\underline{\sigma}}\} + \begin{bmatrix} 2C \cos(\phi) \\ 0 \\ 0 \\ 2P^* \sin(\phi^*) \end{bmatrix} \quad (\text{D.33})$$

# Principe de similitude et dimensionnement des modèles

Afin que les phénomènes observés dans les modèles soient représentatifs des phénomènes ayant lieu à grande échelle, les modèles utilisés doivent satisfaire certaines conditions de similitude. [Hubbert \(1937\)](#) fut le premier à appliquer le principe de similitude aux expériences de déformation géologique. Ce principe bien connu des physiciens depuis longtemps, comme le montre l'échange entre Lord Rayleigh et E. Buckingham ([Buckingham, 1914](#); [Rayleigh, 1915](#); [Buckingham, 1915](#)), préconise que toutes les variables (longueurs, vitesses, contraintes...) soient homothétiques pendant toute l'expérience. Ainsi, une réduction des dimensions et des temps mis en jeu nécessite également une mise à l'échelle des rhéologies des matériaux.

## Trois aspects de similitude sont introduits :

- **La similitude géométrique** : le rapport de toutes les dimensions du modèle et de l'objet naturel doit être constant :

$$\hat{L} = \frac{L_m}{L_1} = \text{constante} \quad (\text{E.1})$$

(Par la suite les indices  $m$  et  $1$  se réfèrent respectivement au modèle et à l'objet naturel, tandis que le chapeau désigne le rapport d'échelle).

- **La similitude cinématique** : les temps mis en jeu lors de transformations du modèle sont proportionnelles aux temps réels. Ceci implique également une homothétie des vitesses et des accélérations :

$$\hat{T} = \frac{t_m}{t_1} = \text{constante} \Rightarrow \hat{V} = \frac{\hat{L}}{\hat{T}} = \text{constante} \Rightarrow \hat{a} = \frac{\hat{V}}{\hat{T}} = \text{constante} \quad (\text{E.2})$$

( $t_m$  et  $t_1$  sont les temps caractéristiques du phénomène observé)

- **La similitude dynamique** : le rapport des forces appliquées à des éléments homologues doit être constant quelles que soient les forces homologues considérées

$$\hat{F} = \frac{F_m^g}{F_1^g} = \frac{F_m^i}{F_1^i} = \dots = \text{constante} \quad (\text{E.3})$$

où  $F^g$ ,  $F^i$ , ... sont les forces de gravité, d'inertie, ...

La similitude dynamique implique donc que le rapport entre deux types de force quelconque doit rester constant entre le modèle et la nature. Ainsi, l'adimensionnement des équations du système permet de construire ces rapports qui sont sans dimension. On peut

par exemple citer le nombre de Froude ( $Fr = V/\sqrt{gL}$ ) qui s'obtient à partir du principe fondamental de la dynamique et qui est le rapport des forces inertielles et des forces de gravité.

Ces nombres sans dimension caractérisent les systèmes physiques et le nombre de nombres sans dimension nécessaire au dimensionnement d'un problème se déduit de l'application du théorème II à notre système ([Buckingham, 1914](#)). Ce théorème établit que si une équation physique met en jeu  $n$  variables physiques (dimensions, densité, température, ...), celles-ci dépendant de  $k$  unités fondamentales, alors il existe une équation équivalente mettant en jeu  $p = n - k$  variables sans dimension construites à partir des variables originelles. Ainsi en appliquant ce théorème à toutes les équations qui régissent notre problème on trouve un jeu de nombres sans dimension qui en cas de similarité entre les modèles et le système naturel garantissent un bon dimensionnement.

Il faut noter que si des phénomènes physiques, autres que la cinématique, entrent en jeu, comme par exemple des phénomènes thermodynamiques, il faut aussi prendre en compte les équations les décrivant pour déterminer les nombres sans dimensions qui caractérisent notre problème.

### Application au cas des modèles de prismes

Dans le cas de prismes soumis à des surpressions de fluide, les équations régissant à la fois le solide et le fluide doivent être considérées, mais aussi le couplage entre les deux. Le dimensionnement de telles expériences présenté ici a déjà été discuté par [Cobbold et al. \(2001\)](#); [Mourgues et Cobbold \(2006b,a\)](#).

### Les équations de la dynamique lié au solide

De manière générale, l'équation régissant la dynamique du prisme est :

$$\rho_b \frac{D\mathbf{U}}{Dt} = \rho_b \mathbf{g} - \text{div}(\underline{\underline{\sigma}}') - \nabla P \quad (\text{E.4})$$

où  $\mathbf{U}$  est le champ de vitesse,  $\frac{D\mathbf{U}}{Dt}$  sa dérivée particulaire,  $P$  le champ de pression et  $\rho_b = (1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_f$  la masse volumique de la roche saturée où  $\phi$  est sa porosité.

L'adimensionnement de cette équation fait apparaître 3 nombres sans dimension :

- $\frac{U_0}{gT_0}$  qui est équivalent au nombre de Froude ( $U_0$  et  $T_0$  sont des vitesses et temps caractéristiques de la déformation du système ; par la suite l'indice 0 représentera les grandeurs caractéristiques).
- $\frac{\sigma_0}{\rho_b g L_0}$  qui est le rapport des forces de résistance à la déformation sur les forces gravitaires.
- $\frac{\sigma_0}{P_0}$ .

Dès 1937, Hubbert souligna la difficulté qu'il y avait à respecter la similitude dynamique pour des systèmes où les forces d'inertie sont non-négligeables sous gravité réelle ([Hubbert, 1937](#)). En effet, l'égalité des nombres de Froude implique une relation entre longueurs et temps

$$\frac{U_{0m}}{gT_{0m}} = \frac{U_{01}}{gT_{01}} \Rightarrow \frac{L_{0m}}{T_{0m}^2} = \frac{L_{01}}{T_{01}^2} \Rightarrow \hat{L} = \hat{T}^2 \quad (\text{E.5})$$

Ainsi, un modèle de 1 m de long représentant 100 km dans la nature devra être déformé en 3160 ans pour simuler  $10^6$  années, ce qui n'est évidemment pas envisageable. Cette difficulté peut cependant être contournée lorsque les forces d'inertie sont négligeables, c'est à dire lorsque le système est statique ou quasi-statique (nombre de Froude très faible) et que les accélérations deviennent négligeables. Il ne reste alors que les deux autres nombres sans dimension qui impliquent

$$\hat{\sigma} = \frac{\sigma_{0m}}{\sigma_{01}} = \hat{P} = \frac{P_{0m}}{P_{01}} = \hat{\rho}\hat{g}\hat{L} \quad (\text{E.6})$$

où dans notre cas  $\hat{\rho} = \frac{\rho_{0m}}{\rho_{01}} \sim 1$ ,  $\hat{g} = \frac{g_{0m}}{g_{01}} = 1$  et  $\hat{L} = \frac{L_{0m}}{L_{01}} \sim 10^{-5}$ .

### Les équations de comportement

Au premier ordre, les matériaux composant la croûte sont caractérisés par le critère de Coulomb ([Byerlee, 1978](#)), au delà duquel les déformations deviennent irréversibles (limite de plasticité). Le critère de Coulomb s'exprime :

$$\tau = \mu\sigma'_n + c \quad (\text{E.7})$$

où  $\tau$ ,  $\sigma'_n$ ,  $\mu$  et  $c$  sont la contrainte cisailante et la contrainte normale effective agissant sur un plan, le coefficient de friction interne et la cohésion du matériaux.  $\mu$  est sans dimension et doit être identique dans le modèle et en réalité alors que la mise à l'échelle de la cohésion est la même que celle de la contrainte :

$$\hat{\sigma} = \hat{c} \sim 10^{-5} \quad (\text{E.8})$$

Ainsi, le sable pour lesquels  $\mu \sim 0.5-1$ . est un bon analogue pour les premiers kilomètres de la croûte pour lesquels les cohésions mises en jeu restent faibles (quelques dizaines de MPa).

Bien que le sable modélise relativement bien la rupture de la croûte terrestre, une limitation subsiste. En effet, l'équation (E.7) ne constitue qu'une limite de l'état de contrainte supporté par le matériau. Avant d'atteindre cette limite, les roches se déforment très souvent de manière élastique. Bien que faibles et souvent négligées, ces déformations existent et rendent difficile un dimensionnement répondant à la fois aux critères d'élasticité et de plasticité. En effet, il existe une relation directe entre les coefficients d'élasticité réels et ceux des modèles ([Hubbert, 1937](#)) :

$$\frac{E_{0m}}{E_{01}} = \frac{G_{0m}}{G_{01}} = \frac{\sigma_{0m}}{\sigma_{01}} = \hat{\sigma} \quad (\text{E.9})$$

où  $E$  est le module d'Young et  $G$  le module de cisaillement.

Les paramètres élastiques doivent donc respecter les mêmes proportions que les contraintes, ce qui implique l'utilisation de matériaux particulièrement "mous" dans des expériences sous gravité normale<sup>1</sup>. Dans notre cas, le dimensionnement répondant aux

---

1. On voit donc apparaître l'un des intérêts des expériences en centrifugeuse qui mettent en jeu des rapports de contraintes beaucoup plus proches de 1

critères d'élasticité n'est pas satisfait.

### Les équations liées au fluide interstitiel

Il faut tout d'abord considérer l'équation de la dynamique pour la phase fluide. Cette équation n'est autre que la loi de Darcy :

$$\underline{v} = -\frac{1}{\nu} \underline{k} \nabla P_{nh} \quad (\text{E.10})$$

où  $\underline{v}$  est la vitesse d'écoulement du fluide,  $\nu$  sa viscosité (Pa.s),  $P_{nh}$  le champ de pression non hydrostatique et  $\underline{k}$  le tenseur de perméabilité intrinsèque. De cette équation, on peut tirer le nombre sans dimension suivant

$$\frac{v_0 \nu_0 L_0}{k_0 P_{nh0}}$$

À partir de ce nombre, on peut tirer un temps caractéristique de dissipation des surpressions :

$$t^s = \frac{\nu_0 L_0^2}{k_0 P_0} \quad (\text{E.11})$$

Il faut aussi considérer le couplage entre la phase solide et la phase fluide. En effet, des variations dans la matrice solide peuvent entraîner des variations du champ de pression. Les mécanismes en jeu peuvent être d'ordre mécanique (compaction par exemple) ou chimique (création de fluide par exemple). Ainsi en combinant la conservation du fluide à l'équation de Darcy entre autre ([Neuzil, 1995](#)), on obtient une equation de la forme :

$$\frac{\partial P}{\partial t} = Q + \frac{\alpha_b}{\phi\beta - \phi\beta_s + \alpha_b} \frac{\partial \sigma_t}{\partial t} + \frac{k}{\nu(\phi\beta - \phi\beta_s + \alpha_b)} \Delta P_{nh} - \frac{\zeta_T}{\phi\beta - \phi\beta_s + \alpha_b} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{E.12})$$

où  $\sigma_t$ ,  $\alpha_b$ ,  $\beta$ ,  $\beta_s$  et  $\zeta_T$  sont la contrainte moyenne totale, la compressibilité du solide saturé, de la phase fluide, de la phase solide et la compressibilité thermique. Cette équation traduit le fait que les variations de la pression peuvent provenir de différents phénomènes. Dans l'ordre, on a les variations dues à une source (création de fluide), à la compaction, à la dissipation des surpression par écoulement et aux variations de température. Dans nos expériences, le premier et le dernier facteur seront négligés.

[Mourgues et Cobbold \(2006b\)](#) discutent les implications de ces équations sur le dimensionnement des modèles de prisme. Les principales conclusion sont les suivantes :

- En utilisant de l'eau comme fluide interstitiel, la formation de surpression due aux variations de la contrainte moyenne totale sera possible alors qu'avec de l'air, les variations de pression induite n'excéderont pas 1%.
- Ils obtiennent un deuxième temps de dissipation des surpressions  $t^d = \frac{\nu_0 \chi_0 L_0^2}{k_0}$  (où  $\chi_0 = \phi\beta_0 - \phi\beta_{s0} + \alpha_{b0}$ ). Si le dimensionnement du aux critères élastiques,  $t$  et  $t^s$  sont identiques. Dans nos expériences pour lesquelles ce n'est pas le cas,  $t^d$  est préférable ([Ramberg, 1967](#)).
- Bien qu'il soit possible de générer des surpressions, la dissipation de celles-ci sont quasi-instantanée. Ainsi, le champ de pression dans le prisme ne dépend que des conditions aux limites. Tout ceci justifie le fait que l'air, qui présente des avantages pratiques, soit choisi comme fluide interstitiel.

# Compléments sur le travail expérimental

## F.1 Le dispositif expérimental

Les modèles sont construits entre deux plaques de verres distantes de 20 cm, les côtés du modèle et une plaque de bois, l'arrière du modèle ou back-stop. La base du modèle est divisée en deux rangées de 19 compartiments de  $10\text{ cm} \times 5\text{ cm} \times 2.4\text{ cm}$  dont la base est composée d'un tamis de maille  $100\text{ }\mu\text{m}$ . Les rangées sont numérotées de 1 à 19, 19 correspondant à la rangée la plus proche du *back-wall*. Chacun de ces compartiments est relié par deux tubes souples à un injecteur de  $10\text{ cm} \times 5\text{ cm}$  et de 20 cm de hauteur qui peut être ou non rempli de sable. Sa base est aussi composée du même tamis. Tous ces injecteurs reposent sur un réservoir d'air délivrant une pression constante modulable notée  $P_1$  et qui est mesurée grâce à un manomètre en U. Ainsi, en modifiant la hauteur de sable dans les injecteurs, la pression à la base du modèle peut être contrôlée séparément pour chaque compartiment. Chacun de ces compartiments est relié à un manomètre en U qui permet de contrôler la pression à la base du modèle. Ces pressions sont notées  $P_i^{bas}$  où  $i$  est le numéro de la rangée considérée, la numérotation commençant du côté du front du prisme. Le dispositif est représenté sur la Figure F.1.

Le raccourcissement se fait grâce au tamis positionné 1 cm en dessous du décollement (Fig F.1c). Celui-ci est tiré par un moteur asservie en déplacement par ordinateur dont la vitesse peut être ajustée. Il entraîne ainsi le sable alors que les murs latéraux restent fixes. Pour toutes les expériences, la vitesse de raccourcissement est de 22.5 cm/h.

## F.2 Mise en place et calcul du champ de pression

L'atout de ces expériences est de pouvoir travailler avec des surpressions de fluide (air dans notre cas) qui peuvent être modifiées assez facilement en faisant varier les hauteurs de sables introduites dans les injecteurs ainsi que la pression  $P_1$  dans le réservoir (Fig F.1c). Il est donc primordial de pouvoir calculer à tout moment le champ de pression au sein du modèle en fonction des hauteurs de sable et de la topographie du modèle.

Afin de calculer le champ de pression dans le modèle, nous allons utiliser une discrétisation en volumes finis en 2D *Patankar* (1980).

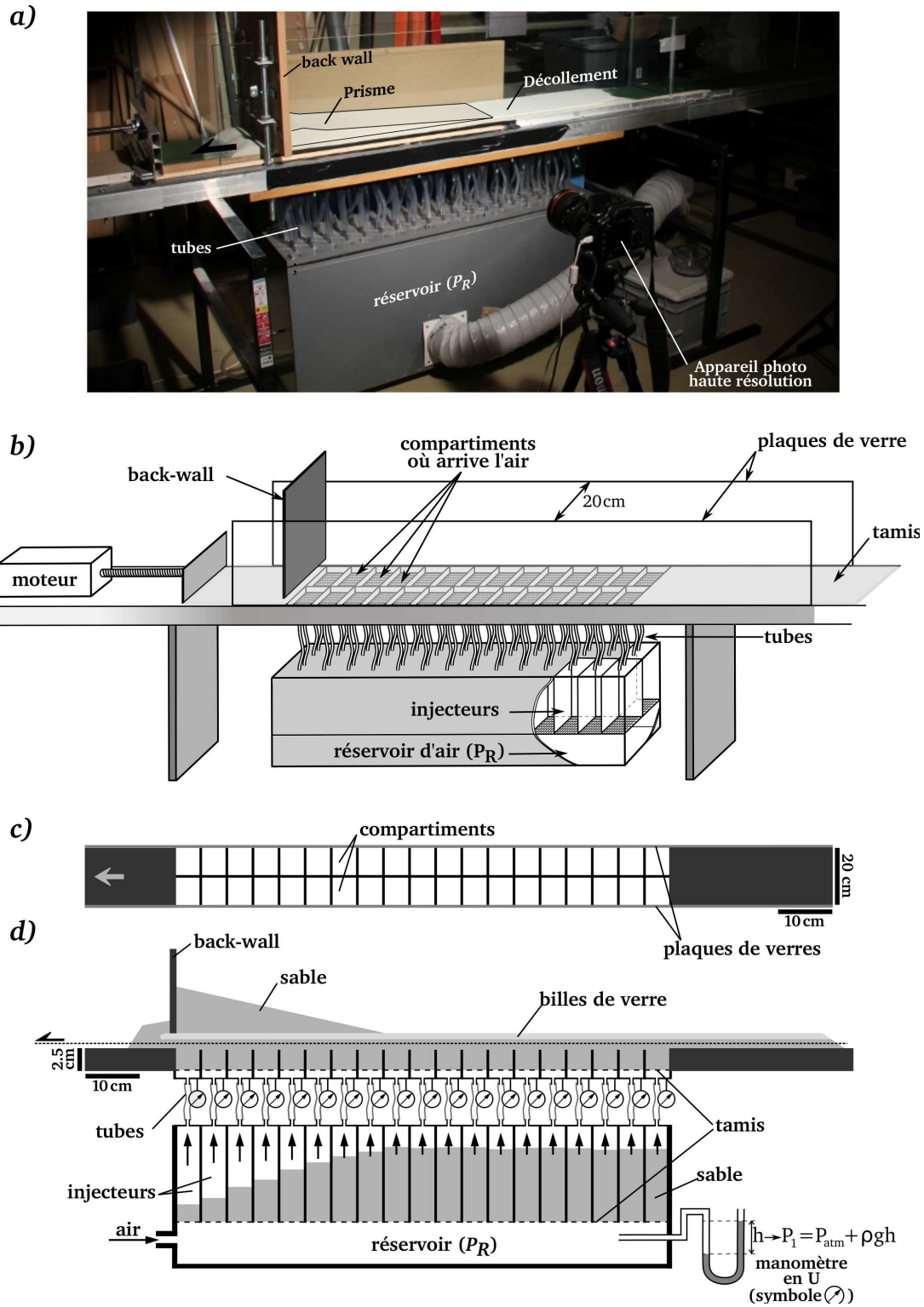


FIGURE F.1 – Vue générale du dispositif expérimental : (a) photo et (b) schéma simplifié. (c) Vue de haut et (d) vue latérale du dispositif expérimental.



### F.2.1 Les équations constitutives

On cherche la pression au sein de la phase fluide, l'air dans notre cas. Deux équations régissent notre problème :

- **La conservation de la masse :**

$$\text{div}(\rho \underline{v}) + \frac{\partial \Phi \rho}{\partial t} = Q_{source}, \quad (\text{F.1})$$

où  $\underline{v}$ ,  $\Phi$ ,  $\rho$  et  $Q_{source}$ , sont respectivement la vitesse d'écoulement du fluide, la porosité et la densité du fluide (variables locales moyennées), et d'éventuels termes sources.

- **L'équation de Darcy :**

$$\underline{q} = \rho \underline{U} = \frac{k}{\mu} \underline{\nabla}(P - P_{hydro}) \quad (\text{F.2})$$

Dans les expériences qui nous intéressent, il n'y a pas de source de fluide au sein du prisme ainsi,  $Q_{source} = 0$ . De plus, comme il a été montrée que le champ de pression ne dépend que des conditions aux limites et que celles-ci sont constantes au cours des expériences,

$$\frac{\partial \Phi \rho}{\partial t} = 0$$

Et donc, dans le cas stationnaire sans source de fluide, l'équation de conservation de la masse se résume à :

$$\text{div}(\rho \underline{U}) = 0 \quad (\text{F.3})$$

Maintenant, en combinant les équations F.3 et F.2, on obtient l'équation vérifiée par le champ de de pression  $P$  :

$$\text{div}\left(\frac{k}{\mu} \underline{\nabla}(P - P_{hydro})\right) = 0 \implies \Delta(P) = 0 \quad (\text{F.4})$$

car  $P_{hydro} = \rho_f g z \ll P = P_{hydro} + P_{nh}$  vu que  $\rho_f \sim 1 \text{ kg/m}^3$  est négligeable.

### F.2.2 La résolution numérique

L'équation (F.4) est un équation de diffusion classique qui ne pose aucune difficulté à intégrer en 2D. Nous allons la résoudre grâce à une discrétisation en volumes finis en 2D ([Patankar, 1980](#)).

#### La discrétisation

L'équation est **discrétisée sur une grille carrée fixe** (Fig F.2). Chaque cellule  $i$  de côté  $d$  est caractérisée par une perméabilité  $k_i$  et une pression  $P_i$  définie en son centre.

**Les perméabilités** assignées sont les suivantes :

- $k_S$  ou  $k_{BdV}$  pour les éléments dans le prisme ;
- 0 pour les murs ;
- $\infty$  pour l'air.

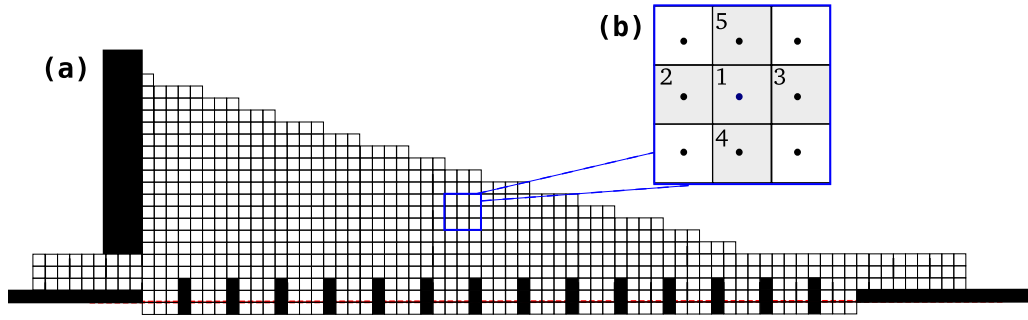


FIGURE F.2 – Discretisation du modèle sur une grille carrée (a) ainsi qu'un zoom (b). Les éléments noirs correspondent aux murs et ceux non représentés à l'air.

Les pressions  $P_i$  sont les inconnues du problème exceptées pour les conditions aux limites qui sont définies sur la première rangée et ainsi qu'à l'extérieur du modèle représenté sur la Figure F.2.a. Les conditions aux limites sont les suivantes :

- $P_i^{bas}$ , la pression mesurée dans les compartiments de la base pour la première rangée ;
- $P_i = P_{atm}$  pour l'air ;
- $P_i = 0$  pour les murs.

### La résolution

La grille étant complètement définie, il ne reste plus qu'à intégrer l'équation F.4 pour chaque élément (élément central, numéroté 1, dans l'encart Figure F.2). L'équation obtenue est une équation linéaire faisant intervenir la pression dans cette cellule ainsi que les pressions des cellules voisines :

$$P_1 \sum_{i=2}^5 k_{1i} = \sum_{i=2}^5 k_{1i} P_i, \text{ avec } k_{1i} = \frac{2k_i k_1}{k_i + k_1} \quad (\text{F.5})$$

Comme les conditions aux limites en pression sont connues et que le système est linéaire, il peut être résolu par simple inversion. Afin de résoudre ce problème, j'ai écrit un code utilisant Matlab®.

## F.3 Principe de la technique de *Particle Imaging Velocimetry* (PIV)

Pour analyser la déformation dans les prismes, j'ai utilisé un code de PIV écrit sous Matlab® ([Parker, 2009](#)) que j'ai largement adapté à mon problème. Cette technique permet de déterminer le champ de déplacement dans le prisme entre images successives séparées d'un temps  $\Delta t$ . Elle est basée sur une méthode de cross-corrélation d'image et s'appuyant sur la texture de l'image a l'avantage de ne pas nécessiter l'ajout de marqueur dans le prisme. La première étape est de définir sur l'image de référence (prise au

temps  $t$ ) des particules. Dans ce travail nous avons choisi des particules carrées de côté  $d$  (Figure F.3b) réparties sur une grille elle aussi carrée et de pas  $d$ .

Pour déterminer le moyen de tout chacune de ces particules, on calcule la corrélation entre la particule de départ et les particules de même taille sur l'image d'arrivée (prise au temps  $t + \Delta t$ ) dont le centre n'est pas déplacé de plus de  $d_{corr}$ . Le maximum du cross-corrélogramme ainsi calculé correspond à la particule de l'image d'arrivée la plus similaire de la particule de départ dans l'image de référence. La distance entre le centre de cette particule et de celle de départ représente le déplacement moyen de celle-ci. En faisant ce calcul pour chaque particule de l'image de départ, on détermine le champ de déplacement total (Figure F.3c). Tout ceci est très bien illustré dans l'article de [Adam et al. \(2005\)](#).

La plus grande difficulté de cette approche est le choix des deux paramètres  $d$  et  $d_{corr}$  afin d'allier une bonne résolution spatiale tout en gardant des temps de calcul raisonnables.

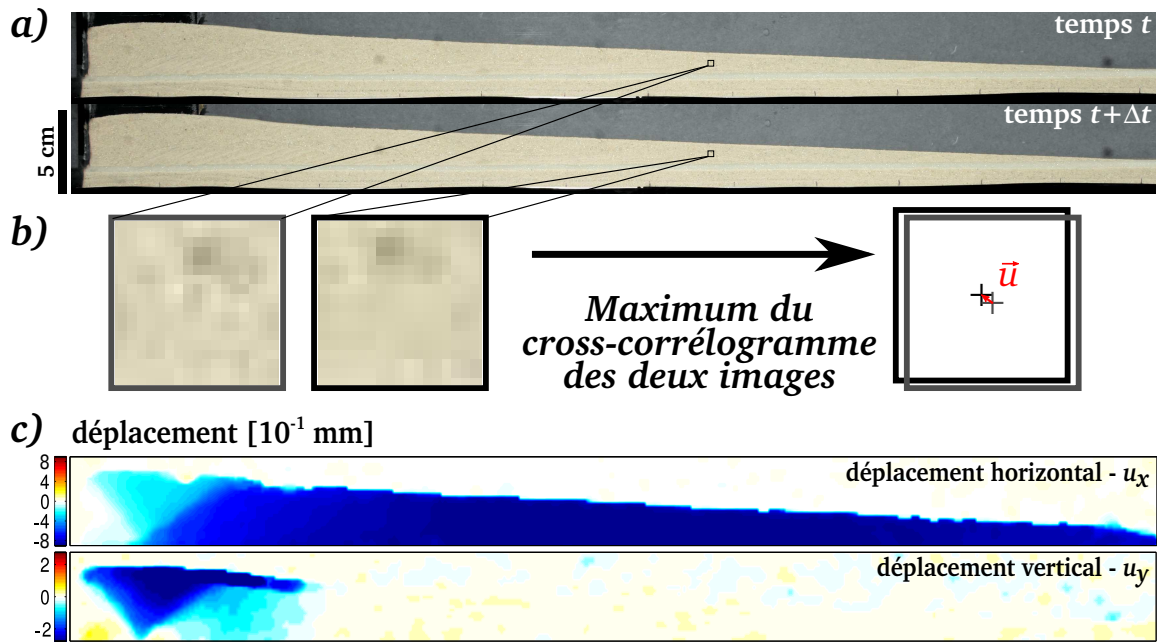


FIGURE F.3 – (a) Deux images successives séparées d'un temps  $\Delta t$ . La première image est divisée en échantillons carrés. (b) Le déplacement de chacun de ces échantillons entre ces deux images est déterminée par le maximum du cross-corrélogramme entre ces deux échantillons. Le déplacement obtenue est une moyenne sur la taille de l'échantillon choisi. (c) En appliquant cette méthode sur l'ensemble de l'image, on obtient le champ de déplacement sur tout le prisme.

---



## **Suppressions de fluide et stabilité des prismes d'accrétion : théorie et validation numérique et expérimentale**

**Résumé :** L'objet de cette thèse est l'étude de l'effet des surpressions de fluide sur la stabilité globale des prismes d'accrétion ainsi que sur la localisation des failles. Dans cette optique, une méthodologie utilisant le calcul à la rupture avec prise en compte de l'effet des pressions de pore ainsi qu'une approche expérimentale utilisant de l'air comprimé comme fluide interstitiel ont été mises en place. Tout d'abord, du point de vue expérimental, le nouveau protocole élaboré a permis de valider la théorie classique du prisme critique en présence de surpressions de fluide. Ensuite, le calcul à la rupture ainsi développé a permis de montrer, pour un prisme triangulaire, la complexité que peut engendrer une hétérogénéité de propriété simple dans le décollement sur la stabilité globale et sur les mécanismes de ruine mis en jeu. D'autre part, cette thèse a permis de déterminer, pour deux prismes réels (Barbades et Nankai), des champs de pression pouvant conduire à l'activation des structures observées et de proposer des scénarios expliquant la désactivation de la *splay fault* dans le cas de Nankai.

**Mots clefs :** prismes d'accrétion - surpression de fluide - calcul à la rupture - simulation numérique - modélisation analogique

---

## **Fluid over-pressures and accretionary prism stability : theory and numerical and experimental validation**

**Abstract :** This study is focused on the effect of fluid over-pressures on the global stability of accretionary prisms and also on the localization of the deformation. To achieve this aim, both a methodology using limit analysis including the effect of fluid pressure and an experimental approach using compressed air as pore fluid were developed. First, the new protocol set up during the experimental work allowed a validation of the classic critical taper theory. The theory developed was apply to different examples. It has been showed that a simple heterogeneity in the décollement properties of a triangular wedge could have complex impact on the stability conditions and on the failure mechanisms. Moreover, studying real accretionary prism (Barbados and Nankai), fluid pressure field leading to the activation of the observed structure have been determined and scenarios explaining the de-activation of the Nankai splay fault have been be proposed.

**Keywords :** accretionary prisms - fluid overpressure - limit analysis - numerical modelling - analogue modelling